

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 03.03.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a M1

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	B	A	E	B	E	D	E	E	C

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n + 2}{2^n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{2^n}}{1 - \frac{3}{2^n}} \quad (2 \text{ p}) = 3 \quad (1 \text{ p}).$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{\frac{1}{n}} \right) \quad (2 \text{ p}) = 0 \quad (1 \text{ p}).$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n} \right)^{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2 + n} \right)^{n^2} \quad (1 \text{ p}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n^2 + n} \right)^{n^2 + n} \right)^{\frac{n^2}{n^2 + n}} \quad (1 \text{ p})$$

$$= e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 + n}} = e \quad (1 \text{ p}).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (3^x - 2^x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x \left(1 - \left(\frac{2}{3} \right)^x \right) \quad (2 \text{ p}) = \infty \quad (1 \text{ p}).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 2^{1/x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{1/x} - 2^{1/x}}{1/x} \quad (1 \text{ p}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 2^t}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{e^t - 1}{t} - \frac{2^t - 1}{t} \right) \quad (1 \text{ p})$$

$$= 1 - \ln 2 \quad (1 \text{ p}).$$

$$6. \lim_{x \nearrow 0} \sqrt{x^2 + 2} = \sqrt{2} \quad (1 \text{ p}), \lim_{x \searrow 0} \frac{1}{x} = -\infty \quad (1 \text{ p}), \text{ deci } \lim_{x \nearrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x} = -\infty \quad (1 \text{ p}).$$

$$7. A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}). \quad 2A^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}). \quad A + 2A^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}).$$

$$8. A^2 = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -6 & 22 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}). \quad A^2 + 3A = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}). \quad \det(A^2 + 3A) = 100 \quad (1 \text{ p}).$$

EVALUĂRI NAȚIONALE ÎN EDUCAȚIE

© Copyright Fundația de Evaluare în Educație, 2008. Cod M.F.P. 14.13.20.99/2, C.I.F. 23033139

9. Adunând liniile și dând factor comun, avem

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ x+3 & x+3 & x+3 \end{vmatrix} = (x+3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad (\mathbf{1\ p}) = (x+3)(-x^2 + 3x - 3)(\mathbf{1\ p}).$$

Soluția este $x = -3$ (**1 p**).

$$10. A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\mathbf{1\ p}). \text{ Cum } \det A = 1 (\mathbf{1\ p}) \Rightarrow A^{-1} = A^* (\mathbf{1\ p}).$$

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Presupunem că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este convergent către $l \in \mathbb{R}$. Atunci $l = l^2 + l + 1$ (**1 p**)

$\Rightarrow l^2 + 1 = 0$, fals (**1 p**).

2. $\left[\sqrt{n^2 + 2n} \right] = n$, deoarece $n^2 \leq n^2 + 2n < (n+1)^2$, deci $\left\{ \sqrt{n^2 + 2n} \right\} = \sqrt{n^2 + 2n} - n$ (**1 p**).

Limita este $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = 1$ (**1 p**).

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} \right)^2 + x \sqrt[3]{x^3 + x^2} + x^2} = \frac{1}{3} \quad (\mathbf{1\ p}). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x} + x} = \frac{1}{2}, \text{ de unde } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x \right) - \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right) = -\frac{1}{6} \quad (\mathbf{1\ p}).$$

4. Avem $A^2 = -A$, $A^3 = -A$, $A^4 = I_2$ și $A + A^2 + A^3 + A^4 = O_2$ (**1p**). Atunci

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{101} = A + (A + A^2 + A^3 + A^4)(A + A^5 + A^9 + \dots + A^{97}) = A + O_2 = A \quad (\mathbf{1\ p}).$$

5. Scăzând linia 2 din linia 1, determinantul este egal cu

$$\begin{vmatrix} a & a+1 & a+2 \\ b & b+1 & b+2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a-b & a-b & a-b \\ b & b+1 & b+2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & b+1 & b+2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \quad (\mathbf{1\ p}). \text{ Scăzând coloana 1}$$

$$\text{din celelalte, avem } (a-b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 2 \\ 1 & c-1 & c^2-1 \end{vmatrix} = (a-b)(c-1)^2. \text{ Cum } a, b \text{ sunt distincte, rezultă}$$

$c = 1$ (**1 p**).

- Total 100 de puncte, din care 10 sunt din oficiu.