

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 03.03.2012

Clasa a IX-a 4 ore

Numele și Prenumele	
Școala	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (50 puncte)

La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 5 p** 1. Numărul $2^{-1} + 3^{-1} + 6^{-1}$ este egal cu:
A) 1; B) -11; C) -1; D) 11; E) 0.
- 5 p** 2. Cel mai mare număr dintre $a = |-2|$, $b = \sqrt{17}$, $c = 2 + \sqrt{3}$, $d = 5 - \sqrt{2}$, $e = 1,2 \cdot 3$ este:
A) a ; B) b ; C) c ; D) d ; E) e .
- 5 p** 3. Numărul întregilor din mulțimea $(\sqrt{3}, \sqrt{8}) \cup [\sqrt{10}, \sqrt{20}]$ este:
A) 18; B) 17; C) 10; D) 5; E) 2.
- 5 p** 4. Suma primilor patru termeni ai șirului $(a_n)_{n \geq 1}$ dat de $a_n = 2^n - 1$ este:
A) 11; B) 16; C) 22; D) 26; E) 30.
- 5 p** 5. Dacă numerele $1, a, 7, b$ sunt în progresie aritmetică, atunci $b - a$ este egal cu:
A) 3; B) 4; C) 5; D) 6; E) 7.
- 5 p** 6. Aria dreptunghiului delimitat de dreptele $x = 1$, $x = 3$, $y = 2$ și $y = 9$ este:
A) 10; B) 11; C) 12; D) 13; E) 14.
- 5 p** 7. Dacă funcția $f: \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ are graficul format din punctele $A(1; 3)$ și $B(2; 1)$, atunci $f(x) =$
A) $2x$; B) $3 - x$; C) $5 - 2x$; D) x^2 ; E) $4 - x^2$.
- 5 p** 8. Dacă ABC este un triunghi echilateral, atunci vectorul $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ este egal cu:
A) $2\overrightarrow{AC}$; B) $3\overrightarrow{AC}$; C) $3\overrightarrow{AB}$; D) $3\overrightarrow{BC}$; E) $\vec{0}$.
- 5 p** 9. Dacă \vec{u} și \vec{v} sunt doi vectori necoliniari, iar $\vec{a} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} - \vec{v}$, atunci vectorul $3\vec{a} - 2\vec{b}$ este egal cu:
A) $8\vec{u} + \vec{v}$; B) $\vec{u} + \vec{v}$; C) $8\vec{u} + 11\vec{v}$; D) $4\vec{u} + 7\vec{v}$; E) $4\vec{u} + 11\vec{v}$.
- 5 p** 10. Dacă dreapta paralelă la BC , dusă prin centrul de greutate al unui triunghi ABC taie AB în M și AC în N , atunci:
A) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AN}$; B) $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AN}$; C) $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC}$; D) $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{MN}$; E) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 3 p** 1. Arătați că numărul $\{\sqrt{2}\} + |\sqrt{2} - 2|$ este întreg. ($\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x)
- 3 p** 2. Este adevărat că, pentru orice numere reale a, b , dacă $a < 2$ și $b < 3$, atunci $ab < 6$? Justificați.
- 3 p** 3. Arătați prin inducție că $n^3 \geq 3n - 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
- 3 p** 4. Calculați suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice $a_1, a_2, 6, 8, \dots$.
- 3 p** 5. Pentru ce $a \in \mathbb{R}$ punctul $A(a, 2a - 1)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3}$?
- 3 p** 6. Rezolvați ecuația $f(g(x)) = 5$, dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7x - 30$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 8x - 19$.
- 3 p** 7. Arătați că inecuațiile $5x - 1 < 0$ și $3x - 1 > 0$ nu au soluții comune.
- 3 p** 8. Dacă $ABCD$ este un pătrat cu laturile de lungime 2, calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
- 3 p** 9. Arătați că, dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABC , atunci $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$.
- 3 p** 10. Arătați că, dacă ABC este un triunghi fix și M un punct variabil în plan, atunci $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ nu depinde de poziția lui M .

SUBIECTUL III (10 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 2 p** 1. Arătați că, pentru orice număr real x , $\lceil \sqrt{3} - x \rceil + \lceil x + \sqrt{2} \rceil \leq 3$. ($\lceil x \rceil$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .)
- 2 p** 2. Determinați valorile lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care mulțimea soluțiilor inecuației $3x + 1 < 0$ este inclusă în mulțimea soluțiilor inecuației $2x + a < 0$.
- 2 p** 3. Fie M, N, P mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, respectiv $[AC]$ ale triunghiului ABC . Arătați că $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.
- 2 p** 4. Diagonalele patrulaterului $ABCD$ se taie în O și $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. Arătați că $ABCD$ este paralelogram.
- 2 p** 5. Bisectoarele triunghiului ABC sunt $[AD]$, $[BE]$, $[CF]$, iar $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$. Arătați că triunghiul ABC este echilateral.

Punctaj total 100 puncte.