

EVALUARE ÎN EDUCAȚIEA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 03.03.2012

Clasa a XII-a M2

Numele și Prenumele	
Școala	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (50 puncte)

La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- | | | | | | | |
|------------|--|----------------|--------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| 5 p | 1. Cât este $\int_{-1}^1 x dx$? | A) 0; | B) 1; | C) -1; | D) $\frac{x^2}{2} + C$; | E) 2. |
| 5 p | 2. Cât este $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$? | A) 0; | B) 1; | C) $\ln 2$; | D) $\frac{1}{2}$; | E) $-\ln 2$. |
| 5 p | 3. Cât este $4 \cdot \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$? | A) 2π ; | B) 4; | C) π ; | D) 1; | E) $\ln 16$. |
| 5 p | 4. Cât este $\int_0^1 (1+x)(1-x) dx$? | A) 0; | B) $\frac{2}{3}$; | C) 1; | D) $\frac{4}{3}$; | E) $\frac{1}{2}$. |
| 5 p | 5. Cât este $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 4} dx$? | A) $\ln 3$; | B) 0; | C) $-\frac{1}{4} \ln 3$; | D) 4; | E) 1. |
| 5 p | 6. Cât este $\int_1^2 \ln x dx + \int_1^2 \ln \frac{1}{x} dx$? | A) $2 \ln 2$; | B) 0; | C) $\ln 2$; | D) 2; | E) 1. |
| 5 p | 7. Pe \mathbb{Z} considerăm legea de compoziție definită prin $x \bullet y = x + y - 2$. Cât este $6 \bullet 1$? | A) 1; | B) 5; | C) 6; | D) 7; | E) 9. |

- 5 p** 8. Pe \mathbb{Q} considerăm legea de compoziție asociativă definită prin $x * y = xy + x + y$. Cât este $0 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3}$?
- A) 1; B) 2; C) 3; D) $\frac{1}{6}$; E) 0.
- 5 p** 9. Pe \mathbb{R} considerăm legea de compoziție definită prin $x \circ y = x + y - 5$. Elementul neutru al legii de compoziție este:
- A) 1; B) 2; C) 3; D) 4; E) 5.
- 5 p** 10. Cât este $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4}$ în grupul $(\mathbb{Z}_5, +)$?
- A) $\hat{0}$; B) $\hat{1}$; C) $\hat{2}$; D) $\hat{3}$; E) $\hat{4}$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 3 p** 1. Calculați $\int_0^1 (2x + e^x) dx$.
- 3 p** 2. Calculați $\int_e^e x \ln x dx$.
- 3 p** 3. Calculați $\int_0^1 x e^x dx$.
- 3 p** 4. Calculați $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$.
- 3 p** 5. Calculați $\int_0^1 \frac{2x}{x^4+1} dx$.
- 3 p** 6. Calculați $\int_{-2}^2 x \sqrt{x^2+2} dx$.
- 3 p** 7. Arătați că pentru orice valoare reală a lui a legea de compoziție definită pe \mathbb{R} prin $x * y = x + y + a$ este asociativă.
- 3 p** 8. Determinați valorile reale ale lui b pentru care legea de compoziție definită pe \mathbb{R} prin $x \circ y = x + by - 4$ este are proprietatea $2 \circ 4 = 4 \circ 2$.
- 3 p** 9. Determinați valorile reale ale lui c pentru care legea de compoziție definită pe \mathbb{R} prin $x \bullet y = x + cy$ admite element neutru.
- 3 p** 10. Rezolvați ecuația $x + x = \hat{2}$ în grupul $(\mathbb{Z}_4, +)$.

SUBIECTUL III (10 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- | | |
|------------|--|
| 2 p | 1. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 1$ are primitiva F . Știind că $F(0) = 2$, calculați $F(6)$. |
| 2 p | 2. Calculați $\int_1^2 \frac{2}{x(x+1)(x+2)} dx$. |
| 2 p | 3. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \frac{1}{y^2 + y} dy$. |
| 2 p | 4. Demonstrați că mulțimea $G = \{A(n) n \in \mathbb{Z}\}$, unde $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, este grup în raport cu înmulțirea matricelor din $M_2(\mathbb{Z})$. |
| 2 p | 5. Determinați numărul perechilor (x, y) de elemente din grupul $(\mathbb{Z}_{100}, +)$ pentru care $x + x = y + y$. |

Punctaj total 100 puncte.