

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ**

**Etapa a II-a – 03.03.2012**

**Clasa a XII-a M1**

<b>Numele și Prenumele</b>	
<b>Școala</b>	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (50 puncte)**

**La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- 5 p** 1. Cât este  $\int 2x dx, x \in \mathbb{R}$  ?
- A)  $x^2 + C$ ;      B)  $\frac{x^2}{2} + C$ ;      C)  $2x + C$ ;      D)  $2x^2 + C$ ;      E)  $\frac{x^3}{3} + C$ .
- 5 p** 2. Cât este  $\int_0^3 \frac{1}{x+1} dx$  ?
- A)  $\ln 4$ ;      B) 0;      C) 3;      D)  $2 \ln 4$ ;      E)  $\ln 2$ .
- 5 p** 3. Cât este  $\int_0^4 \frac{1}{x^2+16} dx$  ?
- A)  $\frac{\pi}{4}$ ;      B) 0;      C)  $4\pi$ ;      D) 4;      E)  $\frac{\pi}{16}$ .
- 5 p** 4. Cât este  $\int_0^3 \sqrt{x+1} dx$  ?
- A)  $\frac{8}{3}$ ;      B)  $\frac{16}{3}$ ;      C) 1;      D)  $\frac{14}{3}$ ;      E)  $\frac{62}{3}$ .
- 5 p** 5. Cât este  $\int_0^\pi \sin 2x dx$  ?
- A)  $\frac{\pi}{4}$ ;      B)  $2\pi$ ;      C)  $\pi$ ;      D) 0;      E)  $\frac{\pi}{2}$ .
- 5 p** 6. Cât este  $\int_0^2 |x-1| dx$  ?
- A) -1;      B) 2;      C) 0;      D) 1;      E) 4.
- 5 p** 7. Pe  $\mathbb{R}$  considerăm legea de compoziție definită prin  $x \bullet y = xy + 2x - 4$ . Cât este  $8 \bullet 9$  ?
- A) 88;      B) 78;      C) 72;      D) 82;      E) 84.
- 5 p** 8. Pe  $\mathbb{R}$  considerăm legea de compoziție asociativă definită prin  $x * y = xy + 2x + 2y + 2$ . Cât este  $1 * 2 * 3$  ?
- A) 57;      B) 58;      C) 59;      D) 60;      E) 61.

- 5 p** 9. Pe  $\mathbb{R}$  considerăm legea de compoziție definită prin  $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$ . Elementul neutru al legii de compoziție este:  
 A) 2; B) 1; C) 0; D) -1; E) -2.
- 5 p** 10. Pe  $\mathbb{R}$  considerăm legea de compoziție definită prin  $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$ . Simetricul elementului  $a = 1$  în raport cu legea de compoziție este:  
 A) 0; B) 1; C)  $-\frac{5}{3}$ ; D) -1; E)  $-\frac{1}{3}$ .

**SUBIECTUL II (30 puncte)**  
**Scrieți rezolvările complete.**

- 3 p** 1. Calculați  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ .
- 3 p** 2. Calculați  $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$ .
- 3 p** 3. Calculați  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$ .
- 3 p** 4. Calculați  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^2 x dx$ .
- 3 p** 5. Calculați  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^4}} dx$ .
- 3 p** 6. Calculați  $\int_1^3 \frac{2}{x^2 + 2x} dx$ .
- 3 p** 7. Demonstrați că legea de compoziție  $x \circ y = x + y + 1$  este asociativă pe  $\mathbb{R}$ .
- 3 p** 8. Demonstrați că mulțimea  $H = (-1, \infty)$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{R}$  în raport cu legea de compoziție definită prin  $x \circ y = xy + x + y$ .
- 3 p** 9. Determinați elementele simetrizabile ale lui  $\mathbb{Q}$  în raport cu legea de compoziție definită prin  $x \circ y = xy + x + y$ .
- 3 p** 10. Determinați suma tuturor elementelor grupului  $(\mathbb{Z}_{25}, +)$ .

**SUBIECTUL III (10 puncte)**  
**Scrieți rezolvările complete.**

- 2 p** 1. Calculați  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ .
- 2 p** 2. Calculați  $\int_1^2 \frac{2}{x^3 + 2x} dx$ .

- |            |  |
|------------|--|
| <b>2 p</b> | 3. Arătați că $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n \sqrt{1+x^2} dx = 0$ .   |
| <b>2 p</b> | 4. Demonstrați că mulțimea $G = \{A(n)   n \in \mathbb{Z}\}$ , unde $A(n) = \begin{pmatrix} 1+3n & 9n \\ -n & 1-3n \end{pmatrix}$ , este grup în raport cu înmulțirea matricelor din $M_2(\mathbb{Z})$ . |
| <b>2 p</b> | 5. Determinați numărul elementelor de ordin 4 ale grupului $(\mathbb{Z}_{24}, +)$ .  |

**Punctaj total 100 puncte.**