OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a IV-a

1. **Care număr este mai mare dintre *a* şi *b* ştiind că :**

$$\boldsymbol{a = 25 \times 16 + 16 \times 75}$$

$$\boldsymbol{b = 1910 + 2000 : 10 \times 2 - 30 \times (91 : 7 + 108 : 9)}$$

2. **a) Aflaţi numerele natural de trei cifre distinct, pentru care suma cifrelor este 5.**
   b) Calculaţi suma numerelor pare găsite.

3. **a) Scrieţi încă trei termini ai şirului :**

   1 , 2 , 3 , 5 , 8 , …

   b) Numărul 33 este termen al şirului ? Dar 55 ? Justificaţi răspunsurile !

4. **Ionel s-a gândit la un număr natural. La acel număr adaugă dublul său, iar suma obţinută o măreşte de zece ori. Din rezultat scade 100 şi din nou rezultatul îl măreşte de zece ori. La noul rezultat adaugă 12 şi obţine 2012.**
   La ce număr s-a gândit Ionel ?

<u>Notă :</u> Toate subiectele sunt obligatorii,

Timp de lucru : 2 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

BAREM DE CORECTARE

CLASA a IV-a

1. **Aflarea numărului a 3p**
   Aflarea numărului b 3p

   $a > b$ **1p**

2. **a) 8 numere X 0,5p = 4p**
   b) Identificarea celor 6 termeni pari 2p
   Calculul sumei 1p
3. **a) Câte 1p pentru fiecare termen identificat = 3p**
   b) 33 nu este termen al şirului pentru că se află între 21 şi 34 1p

   55 este termen al şirului pentru că respectă regula $21 + 34 = 55$ 3p

4. **Pentru primele operaţii câte 2 p = 4p**
   Pentru ultimile trei operaţii câte 1p =3p

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a V-a

1. **Dacă** $a = \left(2 \cdot 81^{150} + 8^{42}\right) : \left(32^{25} + 27^{200}\right)$ **, determinaţi** $(a-1)^{2012} + 2012^{a-2}$

Prof. Vizitiu Ilie

2. **Stabiliţi dacă numărul**
$$n = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + \cdots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 89$$
este pătrat perfect.

Prof. Georgescu Elena

3. **Se dau mulţimile :** $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\}$ **şi** $B = \{y \middle| y = 3^a - a^3, a \in A\}$.
   a) **Arătaţi că** $B \subset A$ **(3p);**
   b) **Găsiţi toate mulţimile** C **cu proprietatea că** $C \cup B = A$**(4p).**

Prof. Mihăilă Aurel

4. **O celulă se divide în două noi celule în două ore. Determinaţi numărul de celule care se formează în 72 ore, pornind de la două celule care se divid.**

Prof. Godeanu-Matei Cristina

Notă : *Toate subiectele sunt obligatorii,*

Timp de lucru : 2 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

BAREM DE CORECTARE

CLASA a V-a

1. **Determinarea numărului a 5p**
   Finalizare...2p
2. $u(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5)=\cdots=u(1\cdot 2\cdot\ldots\cdot 89)=0$**..........3p**

   $u(1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4)=3$ **.....................2p**

   Finalizare...2p
3. **a) Determinarea mulţimii A 1p**
   Determinarea mulţimii A 1p
   Finalizare...1p

   b) Pentru fiecare mulţime 0,5p………………………..4p

4. **Asocierea intervalului de timp cu puterile lui 2…….. 2p**
   Finalizare...5p

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a VI-a

1. **Se consideră numerele :** $A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2011}\right)$ **şi**
   $B=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2013}\right)$
   a) **Calculaţi numerele** A **şi** B **(4p) ;**
   b) **Demonstraţi că** $A\cdot B<0{,}5$. **(3p).**

Prof. Manea Ileana

2. a) **Arătaţi că numărul** $\overline{xxyyzz}$ **este divizibil cu 11 (3p) ;**

   b) **Aflaţi cel mai mare număr natural de forma** $\overline{xxyyzz}$ **divizibil cu 121 (4p) .**

Prof. Vizitiu Ilie

3. **Fie** A, B, C, D **puncte coliniare, în această ordine. Ştiind că** AB **= 6 cm,** BC **= 4cm,** CD **= 10 cm, iar** M, N, P **sunt mijloacele segmentelor** $[AB]$, $[BC]$, **respectiv** $[CD]$.
   a) **Arătaţi că** $[MN]\equiv[CP]$ **(3p) ;**
   b) **Dacă** $Q\in[AD]$, **astfel încât** $AD-2AQ=2cm$ **arătaţi că** $[NQ]\equiv[QC]$ **(4p).**

Prof. Mihăilă Aurel

4. **Fie ungiurile** $\widehat{AOB}$ **şi** $\widehat{BOC}$ **neadiacente suplementare cu** $m(\widehat{BOC})>m(\widehat{AOB})$. **Semidreapta** ***(OM*** **este bisectoarea unghiului** $\widehat{AOC}$ **, iar** $m(\widehat{MOC})=30^o$ **.** **Arătaţi că** ***(OA*** **este bisectoarea lui** $\widehat{BOC}$ **.**

Prof. Godeanu-Matei Cristina

<u>Notă :</u> Toate subiectele sunt obligatorii,

Timp de lucru : 2 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

BAREM DE CORECTARE

CLASA a VI-a

1. a) $A = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{2012}{2011} = \frac{2012}{2} = 1006$ **2p**

$B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{2012}{2013} = \frac{1}{2013}$ **2p**

b) $A \cdot B = \frac{1006}{2013} < \frac{1006}{2012} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ **3p**

2. a) $\overline{xxyyzz} = x10^5 + x10^4 + y10^3 + y10^2 + z \cdot 10 + z$ **1p**

Finalizare **2p**

b) $x + y + z = 2k$ **2p**

Finalizare **2p**

3. a) Determinarea lui *MN* **2p**

Determinarea lui *CP* **1p**

b) AQ **= 9 cm** **2p**

NQ **= 1 cm** **1p**

Finalizare **1p**

4. Figura geometrică **1p**

$m(\sphericalangle AOC) = 60^0$ **2p**

$m(\sphericalangle AOB) = 60^0$ **3p**

Finalizare **1p**

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a VII-a

1. Se consideră suma : $S = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{\sqrt{9900}}$

(4p) a) Arătaţi că *S* este un număr raţional.

(3p) b) Calculaţi $(1-|S|)^{-10}$**.**

Prof. Georgescu Elena

2. (4p) a) Determinaţi mulţimea $M = \left\{\overline{ab} \middle| \sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}} \in \mathbb{Q}\right\}$

(3p) b) Determinaţi numerele întregi *m* şi *n* pentru care :

$\left(9m-\sqrt{729}\right)^2 + \left|18n+\sqrt{1296}\right| = 0$

Prof. Mihăilă Aurel

3. Se dă dreptunghiul *ABCD*, cu *P* mijlocul laturii $[CD]$ **şi** $AP \cap BD = \{O\}$

(3p) a) Arătaţi că *O* este centrul de greutate în $\triangle ACD$**.**

(4p) b) Demonstraţi că $\mathcal{A}_{BOPC} = \frac{5}{2}\mathcal{A}_{AOD}$ **.**

Prof. Vizitiu Ilie

4. În trapezul isoscel *ABCD* se consideră *M* şi *P* mijloacele bazelor *AB* şi *CD*, iar *N* şi *Q* mijloacele diagonalelor *BD* şi *AC*.

(3p) a) Stabiliţi natura patrulaterului *MNPQ*.

(2p) b) Arătaţi că $MP \perp NQ$ **.**

(2p) c) Dacă *MNPQ* este un pătrat, aflaţi măsurile unghiurilor trapezului *ABCD* .

Prof. Manea Ileana

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii,

Timp de lucru : 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

BAREM DE CORECTARE

CLASA a VII-a

1.	**a) Distribuirea numitorului**	**1p**
	Simplificări	**1p**
	Finalizare	**2p**
	b) Finalizare	**3p**
2.	**a)** $\sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}}=\sqrt{11(a+b)} \Rightarrow a+b=11$	**2p**
	Finalizare	**2p**
	b) $9m-\sqrt{729} = 18n+\sqrt{1296} = 0$	**1p**
	Finalizare	**2p**
3.	**a)** AP **mediană**	**1p**
	$AC \cap BD = \{Q\}$, DQ **mediană**	**1p**
	O **centru de greutate**	**1p**
	b) $\mathcal{A}_{BQC}=\mathcal{A}_{AQD}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{AQO}=\frac{1}{2}\mathcal{A}_{AOD}$	**1p**
	Finalizare	**2p**

4. . a) MN lin mij in ΔABD $\Rightarrow MN \| AD \| PQ; MN = PQ = \frac{AD}{2}$ **2p**

$QM = \frac{BC}{2} = MN \Rightarrow MNPQ = romb$ **1p**

b) MNPQ romb $\Rightarrow MP \perp QN$ **1p**

c) MNPQ patrat $\Rightarrow MN \perp MQ \Rightarrow BC \perp AD$ **1p**

$BC \cap AD = \{E\} \Rightarrow \Delta EAB = dr.is. \Rightarrow$
$m(\angle A) = m(\angle B) = 45°; m(\angle C) = m(\angle D) = 135°$ **2p**

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a VIII-a

1. (1p) a) Verificaţi egalitatea $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$

(2p) b) Descompuneţi în factori x^4+x^2+1

(4p) c) Simplificaţi fracţia $\frac{(a+1)^4+a^2+2a+2}{a^3-1}$.

Prof. Godeanu-Matei Cristina

2. (4p) a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ **astfel încât ecuaţia** $\left|\left||x|-a\right|-5\right|=4$ **să aibă exact cinci soluţii.**

(3p) b) Arătaţi că numărul real $A=\sqrt{n-\sqrt{2n-1}}+\sqrt{n+\sqrt{2n-1}}$ **este în intervalul** $\left(\sqrt{4n-3}\,;\ \sqrt{4n-1}\right)$ **, oricare ar fi** $n \in \mathbb{N}$ **,** $n \geq 2$ **.**

3. Fie *ABCDA'B'C'D'* **un paralelipiped dreptunghic cu** $AB=\sqrt{2}$ **,** $BC=\sqrt{3}$ **,** $CC'=\sqrt{6}$ **.**

(3p) a) Să se arate că $AD' \parallel (BMD)$ **,** *M* **fiind mijlocul lui (*CD'*).**

(2p) b) Determinaţi unghiul dintre dreptele *AD'* **şi** *A'B* **.**

(2p) c) Calculaţi lungimea drumului cel mai scurt care-l parcurge o furnică de la punctul *B* **la punctul** *D'* **.**

4. Fie *ABCD* **un trapez, în care avem** $AB \parallel CD, M \in (BC), [MB] \equiv [MC], N \in (AD)$ **,** $[NA] \equiv [ND]$ **şi** *P* **un punct care nu aparţine planului (*ABC*).**

(3p) a) Să se precizeze dacă dreapta *MN* **este coplanară cu dreapta de intersecţie a plaelor**(PAB) **și** (PCD)

(4p) b) Dcaă în plus $|AD|=|AB|+|CD|$ **şi** $PA \perp (ABC)$ **să se arate că** $PM \perp DM$ **.**

<u>Notă :</u> Toate subiectele sunt obligatorii,

Timp de lucru : 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

BAREM DE CORECTARE

CLASA a VIII-a

1. a)	**1p**
b) $(x^2+1)^2-x^2$	**1p**
Finalizare	**1p**
c) Aplicare punctul a)	**1p**
Aplicare punctul b)	**1p**
Finalizare	**2p**
2. a) $\lvert x\rvert = a \pm 9$, $\lvert x\rvert = a \pm 1$	**4x0.5 = 2p**
Finalizare	**2p**
b) $\sqrt{n \pm \sqrt{2n-1}} = \sqrt{\frac{2n \pm 2\sqrt{2n-1}}{2}} = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{2n-1} \pm 1\right)^2}{2}} = \frac{\sqrt{2n-1} \pm 1}{\sqrt{2}}$	**2p**
Finalizare	**1p**
3. a) $AC \cap BD = \{O\}$, MO **linie mijlocie**	**1p**
$MO \parallel AD'$	**1p**
$AD' \parallel (BMD)$	**1p**
b) $A'B \parallel D'C \Rightarrow \sphericalangle(AD', A'B) = \sphericalangle(AD'.D'C)$	**1p**
$m(\sphericalangle AD'C) = 45^0$	**1p**
c) Desfăşurarea figurii, $A \in (BD)$	**1p**
Finalizare	**1p**
4. a) $(PAB) \cap (PCD) = d$, $P \in d$, $d \parallel AB \parallel CD$	**1p**
Finalizare	**2p**
b) $\lvert AD\rvert = \lvert AB\rvert + \lvert CD\rvert \Rightarrow \lvert AD\rvert = 2\lvert MN\rvert \Rightarrow AM \perp MD$	**2p**
Finalizare	**2p**

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA

25 .02.2012

CLASA a IX-a (M1)

1.

Să se calculeze suma următoare şi să se demonstreze , prin inducţie matematică, formula găsită, pentru orice număr natural n≥1:

$$\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\cdots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$$