OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
Clasa a V-a

SUBIECTUL 1
Determinaţi numerele naturale a, b, c astfel încât $5^a \cdot 2^{2a+1} + 2 \cdot \overline{ab} + 5 \cdot 2^c = 863$.

Prof. Gheorghe ŞTEFANA

SUBIECTUL 2
a) Fie x, y numere naturale astfel încât $4x + 5y = 61$.
Determinaţi suma dintre cea mai mică şi cea mai mare valoare a produsului $x \cdot y$.

Prof. Iuliana TRAŞCĂ

b) Să se determine numerele natural nenule care împărţite la 6 dau câtul x şi restul y, iar împărţite la 11 dau câtul y şi restul x.

Prof. Valentin RĂDULESCU

SUBIECTUL 3
30 de elevi ai unei clase participă la un concurs de matematică şi obţin 150 de puncte.
Elevii sunt împărţiţi în 3 grupe inegale numeric. Ştiind că în prima grupă se obţin câte 15 puncte pentru fiecare elev, în a doua câte 6 puncte, iar în a treia câte 2 puncte, aflaţi câţi elevi erau în fiecare grupă. Câte posibilităţi există ?

Prof. Bogdan BĂBĂRELU

SUBIECTUL 4
Numerele naturale a, b, c, d verifică relaţia: $2^{a+b} + 2^{b+c} + 2^{c+d} + 2^{d+a} = 25$
Calculaţi $a + b + c + d$.

Gazeta Matematică

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1
Dacă $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ şi 16x-6y=80z, arătaţi că $72 / y\cdot(7x+3y-8z)$

Prof. Dumitra ŞTEFĂNESCU

SUBIECTUL 2
Să se determine numerele $\overline{abc}$ ştiind că sunt verificate simultan condiţiile:
$\overline{ac}-\overline{ab}=3, \overline{bc}-\overline{ba}=8$ şi $a<b<c$

Prof. Ion NEAŢĂ

SUBIECTUL 3
Fie unghiurile $\angle$AOB şi $\angle$BOC adiacente cu m($\angle$AOB)=120^0, iar unghiul $\angle$BOC ascuţit.
a) Arătaţi că măsura unghiului determinat de bisectoarele unghiurilor $\angle$AOC şi $\angle$BOC este constantă.
b) Dacă [OC şi [OD semidrepte opuse, iar $\frac{m(\angle BOC)}{m(\angle AOD)}=\frac{3}{2}$, calculaţi măsurile unghiurilor $\angle$BOC, $\angle$AOD şi $\angle$BOD.

Prof. Victoria NEGRILĂ

SUBIECTUL 4

Se consideră două unghiuri adiacente $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ de măsuri 108^0, respectiv 68^0 . Semidreptele [*OM*, [*ON*, [*OP* sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, respectiv $\sphericalangle MON$. Pe semidreapta opusa lui [*OP* se considera punctul *P*', iar în interiorul unghiului $\sphericalangle AOP'$ alegem un punct *B*', astfel încât m($\sphericalangle B'OP'$) = 10^0.
Demonstraţi că punctele *B*, *O*, *B*' sunt coliniare.

Gazeta Matematică

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1

Numerele x şi y sunt raţionale pozitive şi $y > x$.

a) Să se demonstreze că: $\frac{1}{x} > \left(\sqrt{x \cdot y}\right)^{-1} > \frac{1}{y}$.

b) Să se arate că : $\frac{1}{2} < \left(2\sqrt{5}\right)^{-1} + \left(\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^{-1} + \frac{1}{\sqrt{42}} < \frac{5}{8}$

Prof. Aurelia STANCIU, ISJ Olt

SUBIECTUL 2

Bisectoarea unui unghi al unui triunghi formează cu latura opusă unghiului două unghiuri ale căror măsuri sunt invers proporţionale cu 0,25 şi 0,2.
Ştiind că raportul măsurilor celorlalte două unghiuri ale triunghiului iniţial este egal cu 7/11, stabiliţi natura triunghiului**.**

Prof. Gheorghe ŞTEFANA

SUBIECTUL 3

Fie un paralelogram ABCD de arie 32 cm^2 . Fie $E \in (AB)$ astfel încât $AE = 3BE$ şi $M \in (BC)$ mijloc.
Dreapta EM intersectează AD în T şi DC în F. Calculaţi aria triunghiului ATE.

Prof. Nicolae BIVOL

SUBIECTUL 4

Pentru n număr natural nenul notăm cu P_n produsul divizorilor naturali ai numarului n. Determinati n cu propietatea ca $P_n = 6^{1575}$.

Gazeta matematica

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

a) Arătați că numerele x şi $\sqrt{x^8+3x^4+3}$ nu pot fi simultan întregi.

b) Determinați numărul natural n, astfel încât numărul $\sqrt{n^4+n^2+26}$ să fie natural.

Prof. Delia Ileana NAIDIN-BASCH, ISJ Olt

SUBIECTUL 2

Numerele reale a, b, c satisfac simultan relațiile:

$\left(a-\sqrt{2012}\right)\cdot\left(a+\sqrt{2012}\right)+\sqrt{2010}\cdot b\cdot(2\cdot a+\sqrt{2010}\cdot b)=2011\cdot c^2$ şi

$a+\sqrt{2010}\cdot b+\sqrt{2011}\cdot c=1006$. Demonstrați că $a+\sqrt{2010}\cdot b-\sqrt{2011}\cdot c$ este număr prim.

Prof. Iuliana TRAŞCĂ

SUBIECTUL 3

Fie ABCD un pătrat iar punctele M, N$\notin$ (ABC) situate de aceeaşi parte a planului, astfel încât AM$\perp$(ABC) şi NC$\perp$(ABC) cu AM =8 cm, AC=CN=12 cm, {O}=AC$\cap$BD. Se cere:

a) Aria triunghiului ΔNOM.
b) Distanța de la punctul M la dreapta BD.
c) BD$\perp$(AMC).
d) Tangenta unghiului format de dreapta MN cu planul (ABC).
e) O funcție trigonometrică a unghiului dintre planele (MBD) şi (BON)

Prof. Victoria NEGRILĂ

SUBIECTUL 4

Pe planul pătratului ABCD se construieşte perpendiculara SA, astfel încât SA = AB = a.

a) Arătați că BD $\perp$ SC.
b) Calculați distanța dintre dreptele BD şi SC.
c) Dacă M este mijlocul laturii CD, determinați distanța de la punctul S la dreapta BM.

Gazeta matematica

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
BAREM DE CORECTARE
CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

$5^a \cdot 2^{2a+1} + 2 \cdot \overline{ab} + 5 \cdot 2^c = 863 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(5^a \cdot 2^{2a} + \overline{ab}\right) + 5 \cdot 2^c = 863$ 1p

Avem: $2 \cdot \left(5^a \cdot 2^{2a} + \overline{ab}\right)$ număr par, 863 număr impar $\Rightarrow 5 \cdot 2^c$ număr impar

$\Rightarrow c = 0$ 2p

$\Rightarrow 2 \cdot \left(5^a \cdot 2^{2a} + \overline{ab}\right) + 5 = 863 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(5^a \cdot 2^{2a} + \overline{ab}\right) = 858$ 1p

$\Rightarrow \left(5^a \cdot 2^{2a} + \overline{ab}\right) = 429 \Leftrightarrow 5^a \cdot 4^a + \overline{ab} = 429$ 1p

$\Rightarrow 20^a + \overline{ab} = 429$ 1p

Deoarece $0 < \overline{ab} < 100 \Rightarrow 329 < 20^a < 429 \Rightarrow a = 2$ şi $b = 9$

Deci, $a = 2$, $b = 9$ şi $c = 0$. 1p

SUBIECTUL 2

a) 4x număr par, 61 număr impar $\Rightarrow$ 5y număr impar, cum 5 e impar $\Rightarrow$ y impar.............0,5 p

$5y \le 61$ şi y impar $\Rightarrow y \in \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$ 1p

$(x,\ y) \in \{(14,1);(9,5);(4,9)\}$ 1p

Cea mai mică valoare $14 \cdot 1 = 14$ 0,5p

Cea mai mare valoare $9 \cdot 5 = 45$ 0,5p

Suma cerută:14+45=59 ....0,5p

b) n=6x+y , y<6, n=11y+x , x<11 $\Rightarrow$ 6x+y=11y+x $\Rightarrow$ x=2y 1p

$y,\ x \neq 0,\ y < 6 \Rightarrow y \in \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 1p

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = 2,\ n = 13 \\ y = 2 \Rightarrow x = 4,\ n = 26 \\ y = 3 \Rightarrow x = 6,\ n = 39 \\ y = 4 \Rightarrow x = 8,\ n = 52 \\ y = 5 \Rightarrow x = 10,\ n = 65 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Numerele căutate sunt 13, 26, 39, 52, 65} \text{.....................1p}$$

SUBIECTUL 3

Notăm cu x numărul elevilor din prima grupă, y numărul elevilor din a doua grupă şi z numărul elevilor din a treia grupă.
Înmulțind cu 2 egalitatea x + y + z = 30 obținem 2x + 2y + 2z = 60 (1).
Pe de altă parte, 15x + 6y + 2z = 150 (2). 1p

Scăzând (1) din (2) obținem 13x + 4y = 90..1p

I. x = 2 ⇒ 4y = 64 ⇒ y = 16. Înlocuind în (1) găsim z = 12..................................2p

II. x = 6 ⇒ 4y = 12 ⇒ y = 3. Înlocuind în (1) găsim z = 21...................................2p

$S=\{(2,16,12);(6,3,21)\}$ 1p

SUBIECTUL 4

Membrul drept este impar $\Rightarrow$ cel putin unul din termenii membrului stâng este impar, adică egal cu 1..1p
Dacă, de exemplu, $2^{a+b}=1$ atunci a+b=0 si cum numerele a si b sunt naturale, rezultă că a=b=0.. 1p
Relația din ipoteza devine $2^c+2^d+2^{c+d}=24$ 1p
Studiul ordinului de mărime ne dă 2^c, $2^d\in\{1;2;4;8;16\}$ 1p
Dintre toate valorile de mai sus convin numai c=d=2...1p
Deci a+b+c+d=4.. 1p
Pentru orice alegere a termenului egal cu 1(din membrul stâng avem)a+b+c+d=4............. 1p

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
BAREM DE CORECTARE
CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Din 16x-6y=80z $\Rightarrow$ 8(x-5z)=3y $\Leftrightarrow 8/y$ (1)..2 p

16x-6y=80z $\Rightarrow$ 9x-9y+(7x+3y-8z)=8 $\cdot$ 9z $\Leftrightarrow 9/(7x+3y-8z)$ (2)..2 p

(8, 9)=1..1 p

Folosind relațiile (1) şi (2) avem $72/y\cdot(7x+3y-8z)$ ....2 p

SUBIECTUL 2

Din $ac-ab=3\Rightarrow a(c-b)=3, c-b>0\Rightarrow a|3\Rightarrow a\in\{1;3\}$ 2p

Cazul I.

Fie a=1, dar $a(c-b)=3\Rightarrow c-b=3\Rightarrow \mathrm{c}=\mathrm{b}+3$

Din $bc-ba=8\Rightarrow b(c-a)=8$, dar $a=1\Rightarrow b(c-1)=8$, dar

$\mathrm{c}=\mathrm{b}+3\Rightarrow \mathrm{b}(\mathrm{b}+2)=8\Rightarrow b=2, c=5$.

Deci $\overline{abc}=125$ 2p

Cazul II.

Fie a=3, dar $a(c-b)=3\Rightarrow c-b=1\Rightarrow \mathrm{c}=\mathrm{b}+1$

Din $bc-ba=8\Rightarrow b(c-a)=8$, dar $a=3\Rightarrow b(c-3)=8$, dar

$\mathrm{c}=\mathrm{b}+1\Rightarrow \mathrm{b}(\mathrm{b}-2)=8\Rightarrow b=4, c=5$.

Deci $\overline{abc}=345$ 2p

Avem $\overline{abc}\in\{125,345\}$ 1p

SUBIECTUL 3

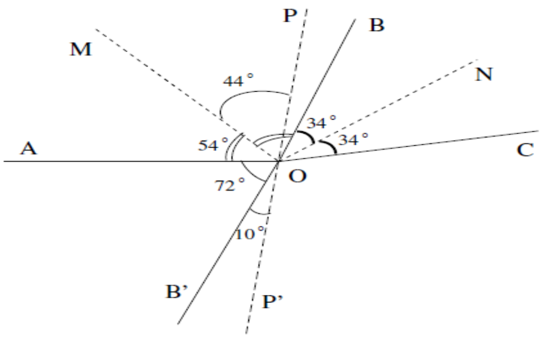
a)[OE bisectoarea <BOC=> m(<BOE)=m(<EOC).. 1 p

[ON bisectoarea <AOC=>m(<AON)=m(<CON)=60°+m(<EOC).. 1 p

m(<EON)=m(<NOC)—m(<EOC)=60°(constant)..1 p

b) Dacă $m(<AOB)+m(<BOC)< 180^\circ$..1 p
$m(<BOC) + m(<AOD)=60^\circ$..1 p
$m(<AOD)=24^\circ$, $m(<BOC)=36^\circ$ şi $m(<BOD)=144^0$..1 p
Dacă $m(<AOB)+ m(<BOC)>180^\circ$ obținem , $m(<BOC)=180^\circ$, contradicție..........................1 p

SUBIECTUL 4



$m(\sphericalangle AOP') = 180^0 - m(\sphericalangle AOP) = 180^0 - [m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOP)] =$

$=180^0 - (54^0 + 44^0) = 180^0 - 98^0 = 82^0$ 3p
$m(\sphericalangle AOB') = m(\sphericalangle AOP') - m(\sphericalangle B'OP') = 72^0$ 1p
$m(\sphericalangle BOB') = m(\sphericalangle BOP) + m(\sphericalangle POM) + m(\sphericalangle MOA) + m(\sphericalangle AOB') =$
$= 10^0 + 44^0 + 54^0 + 72^0 = 180^0$ 2p
Deci punctele B, O, B' sunt coliniare...1p
Sau
B si B' sunt în semiplane opuse...2p
$m(\sphericalangle POB) = 10^0 = m(\sphericalangle P'OB')$, deci unghiurile sunt opuse la vârf...................................3p
Semidreptele $[OB$ si $[OB'$ sunt opuse, deci B, O, B' sunt coliniare.......................................2p

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012
BAREM DE CORECTARE
CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

a) $x,\ y>0$ şi $y>x \Rightarrow \sqrt{x\cdot y}>\sqrt{x\cdot x}=x \Rightarrow \left(\sqrt{x\cdot y}\right)^{-1}<\frac{1}{x}$ 1p

$x,\ y>0$ şi $y>x \Rightarrow \sqrt{x\cdot y}<\sqrt{y\cdot y}=y \Rightarrow \left(\sqrt{x\cdot y}\right)^{-1}>\frac{1}{y}$ 1p

Deci $\frac{1}{x}>\left(\sqrt{x\cdot y}\right)^{-1}>\frac{1}{y}$ sau $\frac{1}{y}<\left(\sqrt{x\cdot y}\right)^{-1}<\frac{1}{x}$ 1p

b) Notăm $a=\left(2\sqrt{5}\right)^{-1}+\left(\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^{-1}+\frac{1}{\sqrt{42}}$

$a=\left(\sqrt{20}\right)^{-1}+\left(\sqrt{30}\right)^{-1}+\left(\sqrt{42}\right)^{-1}=\left(\sqrt{4\cdot 5}\right)^{-1}+\left(\sqrt{5\cdot 6}\right)^{-1}+\left(\sqrt{6\cdot 7}\right)^{-1}$ 1p

Conform a) $\Rightarrow \frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}<a<\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{107}{210}<a<\frac{74}{120}$ 1p

Cum $\frac{107}{210}>\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$ şi $\frac{74}{120}<\frac{75}{120}=\frac{5}{8}$ 1p

Obținem $\frac{1}{2}<\left(2\sqrt{5}\right)^{-1}+\left(\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^{-1}+\frac{1}{\sqrt{42}}<\frac{5}{8}$ 1p

SUBIECTUL 2

Fie triunghiul ABC, unde (AD este bisectoarea unghiului BAC, $D\in(BC)$.

Notăm $m(\measuredangle ADB)=x$, $m(\measuredangle ADC)=y \Rightarrow \{x,y\}$ $i.p.$ $\{0,25;0,2\}$

$\Leftrightarrow \frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{x+y}{9}=\frac{180^0}{9}=20^0$ 1p

Din $\frac{x}{4}=20^0 \Rightarrow x=80^0$ 0,5p

Din $\frac{y}{5}=20^0 \Rightarrow y=100^0$ 0,5p

$m(\measuredangle B)+m(\measuredangle ADB)+m(\measuredangle BAD)=m(\measuredangle C)+m(\measuredangle ADC)+m(\measuredangle CAD)=180^0$ 1p

Dar $m(\measuredangle BAD)=m(\measuredangle CAD)\Rightarrow m(\measuredangle B)+80^0=m(\measuredangle C)+100^0$

$\Rightarrow m(\measuredangle B)-m(\measuredangle C)=20^0$ (1) 1p

Din $\dfrac{m(\measuredangle C)}{m(\measuredangle B)}=\dfrac{7}{11}\Rightarrow m(\measuredangle B)=\dfrac{11\cdot m(\measuredangle C)}{7}$ (2) 1p

Din relațiile (1) şi (2) $\Rightarrow \dfrac{11}{7}\cdot m(\measuredangle C)-m(\measuredangle C)=20^0 \Leftrightarrow 4\cdot m(\measuredangle C)=140^0$

$\Rightarrow m(\measuredangle C)=35^0, m(\measuredangle B)=55^0$ (3). 1p

Cum $m(\measuredangle B)+m(\measuredangle C)=90^0\Rightarrow m(\measuredangle A)=90^0$,

deci **triunghiul este dreptunghic**. 1p

SUBIECTUL 3

$\Delta BME\equiv\Delta CMF\Rightarrow EB\equiv CF\Rightarrow DF=5BE$ 2p

$\Delta TAE\sim\Delta TDF\Rightarrow \dfrac{TA}{TD}=\dfrac{AE}{DF}=\dfrac{3BE}{5BE}=\dfrac{3}{5}\Rightarrow \dfrac{A_{\Delta TAE}}{A_{\Delta TDF}}=\dfrac{9}{25}$ 2p

$\dfrac{A_{\Delta ATE}}{A_{ADFE}}=\dfrac{9}{16}$ şi

$A_{ADFE}=A_{ADCME}+A_{\Delta CMF}=A_{ADCME}+A_{\Delta BME}=A_{ABCD}=32cm^2$ 2p

$A_{\Delta ATE}=18cm^2$. 1p

SUBIECTUL 4

$P_n=6^{1575}\Rightarrow n=6^k,\ k\in\mathbb{N}$ 1p

$P_{6^k}=\left(2^0\cdot 3^0\cdot 2^0\cdot 3^1\cdot 2^0\cdot 3^2\cdot\ldots\cdot 2^0\cdot 3^k\right)\cdot\left(2^1\cdot 3^0\cdot 2^1\cdot 3^1\cdot 2^1\cdot 3^2\cdot\ldots\cdot 2^1\cdot 3^k\right)\cdot\ldots\cdot\left(2^k\cdot 3^0\cdot 2^k\cdot 3^1\cdot 2^k\cdot 3^2\cdot\ldots\cdot 2^k\cdot 3^k\right)$

$P_{6^k}=6^{\frac{k(k+1)^2}{2}}$ 3p

Deci, $6^{1575}=6^{\frac{k(k+1)^2}{2}}\Leftrightarrow k(k+1)^2=3150=14\cdot 15^2\Rightarrow k=14$ 2p

$n=6^{14}$ 1p

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA

18 februarie 2012

BAREM DE CORECTARE
CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

a) $x^4+1<\sqrt{x^8+3x^4+3}<x^4+2$ 1p

x^8+3x^4+3 este cuprins între două pătrate consecutive............ 1p

$\sqrt{x^8+3x^4+3}\notin\mathbb{Z}$ 1p

b) $\sqrt{n^4+n^2+26}\in\mathbb{N}\Leftrightarrow n^4+n^2+26=k^2,\ k\in\mathbb{N}$ 1p

$4n^4+4n^2+104=4k^2\Leftrightarrow\left(2n^2+1\right)^2+103=\left(2k\right)^2$ 1p

$\left(2k+2n^2+1\right)\cdot\left(2k-2n^2-1\right)=103\Leftrightarrow\begin{cases}2k+2n^2+1=103\\2k-2n^2-1=1\end{cases}$ 1p

$k=26\in\mathbb{N},\ n=5\in\mathbb{N}$ 1p

SUBIECTUL 2

$\left(a-\sqrt{2012}\right)\cdot\left(a+\sqrt{2012}\right)+\sqrt{2010}\cdot b\cdot(2\cdot a+\sqrt{2010}\cdot b)=2011\cdot c^2$

$\Leftrightarrow a^2+2\cdot a\cdot b\cdot\sqrt{2010}+2010\cdot b^2-2011\cdot c^2=2012$ 1p

$\Leftrightarrow\left(a+\sqrt{2010}\cdot b\right)^2-\left(\sqrt{2011}\cdot c\right)^2=2012$ 2p

$\Leftrightarrow\left(a+\sqrt{2010}\cdot b+\sqrt{2011}\cdot c\right)\cdot\left(a+\sqrt{2010}\cdot b-\sqrt{2011}\cdot c\right)=2012$ 2p

$a+\sqrt{2010}\cdot b-\sqrt{2011}\cdot c=2$ număr prim............ 2p

SUBIECTUL 3

a) $A_{\Delta NOM}=A_{ACNM}-A_{\Delta AOM}-A_{\Delta CON}=\left(120-24-36\right)\text{cm}^2=60\text{cm}^2$ 1p

b) MO $\perp$ BD(teorema celor trei perpendiculare) şi MO=10 cm............ 1p

c) $BD \perp AC$, $BD \perp AM \Rightarrow BD \perp (AMC)$...1p

d) Fie $ME \parallel AC$, $E \in CN$, $tg(\measuredangle NME) = \frac{1}{3}$ 1p

e) $\measuredangle((MBD),(BON)) = \measuredangle MON$, $MO \perp BD$, $NO \perp BD$ 1p

$NO = 6\sqrt{5}$ cm, $MO = 10$ cm 1p

$A_{\Delta NOM} = \frac{OM \cdot ON \cdot \sin(\measuredangle MON)}{2} \Leftrightarrow \sin(\measuredangle MON) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 1p

SUBIECTUL 4

a) $SA \perp (ABC)$, $BD \subset (ABC)$, rezultă că $SA \perp BD$..0,5p
Avem $AC \perp BD$(ABCD pătrat)$\Rightarrow BD \perp (SAC)$. Dar $SC \subset (SAC)$, deci $BD \perp SC$.........1p

b) Fie O centrul pătratului ABCD. În ΔSAC construim $OQ \perp SC$, $Q \in SC$ şi demonstrăm că $OQ \perp BD$, deci OQ va fi perpendiculara comună celor două drepte. 0,5p
Ştim că $BD \perp (SAC)$, $OQ \subset (SAC) \Rightarrow OQ \perp BD$ 0,5p

$\Delta OQC \sim \Delta SAC \Rightarrow OQ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ 1p

c)Construim $AT \perp BM$, $T \in BM$;
Cum $SA \perp (ABC)$ din teorema celor trei perpendiculare$\Rightarrow ST \perp BM$,
deci $d(S, BM) = ST$ 1p

$A_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} A_{ABCD} = \frac{a^2}{2}$, iar $BM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$...1p

$\Rightarrow AT = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ 1p

Cu teorema lui Pitagora în triunghiul SAT, calculăm $ST = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$ 0,5p

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro