



INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
ȘCOALA CU CLASELE I-VIII, NR. 56 - JOSE MARTI – BUCUREȘTI
Concursul Interjudețean de Matematică al Școlii cu clasele I-VIII nr. 56 “Jose Marti”
Ediția a XI-a, 04.02.2012

Clasa a V-a

1. Ioana a obținut la primele cinci teste susținute următoarele punctaje: 90, 80, 70, 60, și 85. Ea dorește ca punctajul celui de-al șaselea test să-i crească media actuală cu cel puțin 2 puncte. Determinați punctajul minim pe care trebuie să-l obțină Ioana la cel de-al șaselea test.
2. a) Se consideră numărul $N = 10^{10} - 2^{10}$. Determinați suma cifrelor numărului N .
b) Fiecare număr de forma \overline{ab} , $a \neq 0$, se împarte la $a + b$. Determinați cel mai mare rest care se obține.
3. Pe o masă sunt așezate 49 de cartonașe. Pe fiecare cartonaș este scris câte unul dintre numerele 1, 2, ..., 49. Doi elevi, A și B , inițiază următorul joc: pe rând, fiecare dintre ei, începând cu A , ia câte un cartonaș de pe masă. După fiecare extragere, elevii calculează suma numerelor de pe cartonașele rămase pe masă. Câștigă elevul după a cărui extragere suma numerelor de pe cartonașele rămase pe masă este egală cu 600. Explicați care dintre cei doi elevi câștigă jocul.
4. Se consideră mulțimile $A = \{\overline{abc} \mid 156 \leq \overline{abc} < 256\}$ și $B = \{a + b + c \mid \overline{abc} \in A\}$.
a) Calculați suma elementelor mulțimii A ;
b) Determinați numărul elementelor mulțimii B .

SUCCES!

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
- Timp de lucru efectiv : 2 ore.



Soluții și bareme

1.	Răspuns: 89 Suma actuală a punctajelor Ioanei este egală cu $90 + 80 + 70 + 60 + 85 = 385$ Media actuală a Ioanei este $385 : 5 = 77$ Media după cel de-al șaselea test va fi mai mare sau egală cu $77 + 2 = 79$ Suma punctajelor la cele șase teste va fi mai mare sau egală cu $79 \cdot 6 = 474$ Punctajul la al șaselea test trebuie să fie mai mare sau egal cu $474 - 385 = 89$	1p 2p 1p 2p 1p
2.	a) Răspuns: 93 $10^{10} = 10000000000$ și $2^{10} = 1024$ Deci $N = 9999998976$ Suma cifrelor lui N este 93. b) Răspuns: 15 Cel mai mare rest posibil ar fi 17, obținut pentru $a + b = 18$, caz în care $\overline{ab} = 99$. Dar restul împărțirii lui 99 la 18 este $9 < 17$ Dacă $a + b = 17$, obținem numerele 89 și 98 care dau resturile împărțirii la 17 egale cu 4, respectiv 14, ambele mai mici decât 16 Dacă $a + b = 16$, obținem numerele 79, 88 și 97. Restul împărțirii lui 79 la 16 este 15. Dacă $a + b \leq 15$, atunci resturile obținute sunt mai mici decât 15.	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p
3.	Răspuns: A câștigă. Suma tuturor numerelor de pe cartonașe este egală cu 1225. A extrage prima dată cartonașul cu numărul 25. Suma cartonașelor rămase va fi 1200. Cartonașele rămase se pot împărți în 24 de perechi de forma $(k; 50 - k)$, unde $k \in \{1; 2; \dots; 24\}$. Dacă B extrage cartonașul cu numărul a , atunci A , la a doua extragere, ia cartonașul cu numărul $50 - a$. Astfel, după fiecare extragere a lui A suma numerelor cartonașelor de pe masă scade cu 50 față de extragerea precedentă a lui A . După a 13-a extragere a lui A , suma numerelor cartonașelor rămase pe masă va fi $1200 - 12 \cdot 50 = 600$. Deci A câștigă.	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p
4.	a) Răspuns: 20550 $A = \{156; 157; \dots; 255\}$ Suma elementelor din mulțimea A este egală cu $255 \cdot 256 : 2 - 155 \cdot 156 : 2 = 20550$ b) Răspuns: 18 Suma minimă $a + b + c = 2$ se obține pentru $\overline{abc} = 200$. Suma maximă $a + b + c = 19$ se obține pentru $\overline{abc} = 199$. Pentru orice s , $2 < s < 19$, există $\overline{abc} \in A$ astfel încât $a + b + c = s$, deci $B = \{2; 3; \dots; 19\}$ și are $19 - 1 = 18$ elemente.	1p 2p 1p 1p 1p 1p