INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN ARGEŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Concursul Judeţean de Matematică „Dan Barbilian” – 17.12.2011

Clasa a V-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. Dacă $n \in N^*$ să se arate că 2009^n se poate scrie ca suma pătratelor a două numere naturale nenule.

Marin Chirciu, Piteşti şi Octavian Stroe, Piteşti

2. O carte are 2010 pagini. Ştiind că de la tipărire, dintr-o eroare, pe prima pagină nu apare numărul paginii, şi că mai departe, în interior, din cauza plasării unei fotografii, nu a putut fi tipărit numărul paginii respective, aflaţi câte cifre s-au folosit la numerotarea cărţii.

Prof. Marian Haiducu, Piteşti

3. Se consideră mulţimile: $A=\{x \in N \mid x \leq 2^m\}$, $B=\{x \in N, 2^m \leq y \leq 2^{2008}\}$, unde $m \in N$.

a) Pentru $m=101$, cercetaţi dacă suma elementelor mulţimii A este pătrat perfect.

b) Determinaţi numărul m astfel încât mulţimile A şi B au acelaşi număr de elemente.

Molea F. Gheorghe, profesor, Curtea de Argeş

4. Peste 5 ani, mama, tata şi fiica lor Ioana vor avea împreună 86 de ani.

a) Câţi ani are fiecare în prezent, dacă vârsta mamei este de 5 ori mai mare decât a Ioanei şi cu 5 ani mai mică decât a tatălui?

b) În condiţiile de la punctul a), stabiliţi cu câţi ani în urmă Ioana era de 7 ori mai tânără decât mama sa?

Prof. Mariana Rădulescu

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Concursul Judeţean de Matematică „Dan Barbilian” – 17.12.2011
Clasa a VI-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. Să se determine numerele naturale a şi b ştiind că: $[a, b] - (a, b) = 176$ şi $\frac{[a,b]}{(a,b)} = 45$.

prof. Ion Angela, Şcoala nr. 6 Piteşti

2. Fie numerele $a = 7^n + 4^n - 1$ şi $b = 2 \cdot 7^n - 4^n - 2$. Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ cel mai mare divizor al numerelor a şi b se divide cu 9.

Prof. Codeci Daniel, Curtea de Argeş

3. Arătaţi că numărul $n = (7^{2010}+2^{2011})(7^{2011}+2^{2012})(7^{2012}+2^{2010})+2011$ nu este pătrat perfect.

Prof. Marian Haiducu, Piteşti

4. Fie semidreptele diferite $[OA_0, [OA_1, \ldots\ldots, [OA_n, n \in N, n \geq 2$, astfel încât :

1. unghiurile $A_0\hat{O}A_1, A_1\hat{O}A_2, \ldots\ldots\ldots A_{n-1}\hat{O}A_n, A_n\hat{O}A_0$ au interioarele disjuncte două câte două.
2. $m\left(A_0\hat{O}A_1\right)$ este număr natural nenul.
3. $m\left(A_1\hat{O}A_2\right) = k \cdot m\left(A_0\hat{O}A_1\right), m\left(A_2\hat{O}A_3\right) = k \cdot m\left(A_1\hat{O}A_2\right), \ldots\ldots m\left(A_{n-1}\hat{O}A_n\right) = k \cdot m\left(A_{n-2}\hat{O}A_{n-1}\right),$
$m\left(A_n\hat{O}A_0\right) = k \cdot m\left(A_{n-1}\hat{O}A_n\right), unde\ \ k \in N, k \geq 2.$

Determinaţi numărul maxim de unghiuri formate şi $m\left(A_0\hat{O}A_1\right)$ în acest caz.

Prof. Molea F. Gheorghe, Curtea de Argeş

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Concursul Judeţean de Matematică „Dan Barbilian” – 17.12.2011

Clasa a VII-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. a) Demonstraţi că $xy(x+y)$ este număr par , oricare ar fi x şi y numere întregi.
b) Justificaţi dacă există numerele întregi a, b, c, d, astfel încât :
$a^2(b^3+c^3)+b^2(a^3-c^3)+c^2(a^3-b^3)+1=a^3b^3c^3d^3(a+d)$.

Gheorghe F. Molea, Curtea de Argeş

2. Fie n un multiplu al lui 30 , diferit de zero. Aflaţi numărul numerelor naturale care nu depăşesc pe n şi nu se divid cu nici unul din numerele 2 , 3, 5.

Prof. Ion Morteanu, Curtea de Argeş

3. Fie ABC un triunghi oarecare, M simetricul lui A faţă de BC, M_1 simetricul lui M faţă de B şi M_2 simetricul lui M faţa de C.
a) Arătaţi ca M_1, A, M_2 sunt coliniare .
b) Dacă perimetrul triunghiului ABC este 12 cm, aflaţi perimetrul triunghiului MM_1M_2.

Ion Cicu (G.M.nr 3 /2009)

4. Fie paralelogramul $ABCD$, $M \in (BC)$, $N \in (CD)$, $AM \cap BD = \{F\}$, $AN \cap BD = \{E\}$.
Demonstraţi că dacă :
a) $[BF] \equiv [FE] \equiv [ED]$, atunci M şi N sunt mijloacele segmentelor $[BC]$, respectiv [CD];
b) Lungimea segmentului $[EF]$ este media aritmetică a lungimilor segmentelor $[BF]$ si $[DE]$, atunci: $\frac{BM}{BC+BM}+\frac{DN}{DC+DN}=\frac{2}{3}$;
c) $\sphericalangle DAN \equiv \sphericalangle NAM \equiv \sphericalangle MAB$, atunci: $\frac{DB}{EF}-\left(\frac{BC}{AF}+\frac{CD}{AE}\right)=1$.

Gheorghe F. Molea, Curtea de Argeş

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Concursul Judeţean de Matematică „Dan Barbilian" – 17.12.2011

Clasa a VIII-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. **a**) Calculaţi valoarea expresiei: $E = \dfrac{\sqrt{3a+1+\sqrt{6a+1}}}{2} - \dfrac{1+\sqrt{6a+1}}{2\sqrt{2}}$, $a \in \mathbb{R}_+$.

b) Arătaţi că numărul n este natural: $n = \sqrt{3+\sqrt{13+4\sqrt{3}}} - \sqrt{3-\sqrt{13-4\sqrt{3}}}$.

2. Folosind notaţia: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots\ldots \cdot n$

a) Arătaţi că $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots\ldots \cdot (n-1) \cdot n^2 = (n+1)! - n!$

b) Calculaţi: $1^2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4^2 + \ldots. + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots\ldots \cdot (n-1) \cdot n^2$.

Prof. Ion Morteanu, Curtea de Argeş

3. Fie ABCD un paralelogram şi E ∈ (AB, astfel încât AE = AD, F ∈ (CB, astfel încât CF = CD şi S ∉ (ABC).

a) Arătaţi că (SDE) = (SDF)

b) Dacă α este un plan variabil ce conţine dreapta SD şi care intersectează dreptele AB şi CB în punctele M, respectiv N, arătaţi că DM · FN = DN · ME

c) Dacă AD=2AB şi SA formează cu AD şi AB unghiuri congruente, arătaţi că SF⊥DE.

Prof. Ion Morteanu, Curtea de Argeş

4. În tetraedrul *ABCD* notăm cu *M, N, P, Q* mijloacele muchiilor *AD, AB, BC* respectiv *CD*. Se ştie că $m(AC, BD) = 90°$.

a) Arătaţi că $m(MNP) = 90°$.

b) Arătaţi că dacă *AC* = *BD* atunci *MNPQ* este pătrat.

Selectată de prof. Ion Roşu, Piteşti

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.