

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „ȘTEFAN DĂRȚU”
EDIȚIA A XIII VATRA DORNEI
9-11 DECEMBRIE 2011**

Clasa a VIII-a

Subiectul I. Să se demonstreze că numerele $a_n = 7n + 2$ și $b_n = 9n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, nu pot fi simultan pătrate perfecte pentru același n .

Subiectul II. Se dă mulțimea: $A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x^2 = y^2 + 4^{2011}\}$.

- a) Arătați că ecuația $x^2 = y^2 + 4^{2011}$ are soluție în mulțimea numerelor naturale nenule.
- b) Aflați cardinalul mulțimii A .

Subiectul III. În cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de lungime a , notăm cu M, N, P, Q mijloacele muchiilor $[A'B']$, $[CD]$, $[A'D']$ și, respectiv, $[BC]$.

- a) Arătați că patrulaterul $MPNQ$ este dreptunghi.
- b) Aflați unghiul format de dreptele MN și PQ .
- c) Demonstrați că perpendiculara din punctul B' pe planul (ACD') și perpendiculara din punctul D' pe planul $(AB'C)$ sunt concurente.
- d) Aflați distanța dintre dreptele AC și PN .

Timp de lucru efectiv 2 ore 1/2

Succes dragi copii