

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Clasa a VIII-a

1.

a) Efectuați $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x}$, unde $x \in (3, +\infty)$;

b) Fie $n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{97 \cdot 100}$. Calculați $3n$ (utilizați a)).

Valer Pop, Șanț, Bistrița-Năsăud

2. Calculați:

$$\frac{168}{\left[\sqrt{2011} \right] - 2,5 \cdot \left\{ -\frac{1}{5} \right\}}, \text{ unde } \left[\sqrt{2011} \right] \text{ este partea întregă a lui } \sqrt{2011}, \text{ iar}$$
$$\left\{ -\frac{1}{5} \right\} \text{ este } \textit{partea fractionara a lui } \left(-\frac{1}{5}\right).$$

Ioan Tuns, Școala Generală Mărișelu

3. În triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$ avem $AB = 4$ cm. Bisectoarea AD, $D \in (BC)$, a unghiului BAC are lungimea $3\sqrt{2}$ cm. Aflați perimetrul și aria triunghiului ABC.

Victor Săceanu, Drobeta Turnu-Severin (E: 14137; *Gazeta Matematică* 2/2011)

Notă:

Rezolvare corectă a fiecărui subiect, prin orice metodă, atrage acordarea punctajului maxim -7 puncte.

Nu se acordă puncte din oficiu.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se va rezolva pe coală separată.

Timp de lucru: 2 ore.

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Soluții - Clasa a VIII-a

1.

$$a) \frac{x^1}{x-3} - \frac{x^{-3}1}{x} = \frac{x-x+3}{(x-3) \cdot x} = \frac{3}{(x-3) \cdot x}.$$

b) Se observă că termenii lui $3n$ sunt de forma $\frac{3}{(x-3) \cdot x}$.

$$\hat{\text{În aceste condiții putem scrie: }} 3 \cdot n = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{3}{97 \cdot 100} =$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

2.

Calculăm numitorul:

$$\sqrt{2011} \approx 44,8 \Rightarrow \left[\sqrt{2011} \right] = 44$$

$$\left\{ -\frac{1}{5} \right\} = \left(-\frac{1}{5}\right) - \left[-\frac{1}{5}\right] = -\frac{1}{5} - (-1) = -\frac{1}{5} + 1 = \frac{4}{5}$$

Numitorul devine:

$$\left[\sqrt{2011} \right] - 2,5 \cdot \left\{ -\frac{1}{5} \right\} = 44 - 2,5 \cdot \frac{4}{5} = 44 - \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 42.$$

Rezultatul: $168 : 42 = 4$.

3.

În $\triangle ABC$, ducem $ED \parallel AB$, $E \in (AC)$, rezultă $\angle DAB \equiv \angle ADE$ (i)

Fiindcă AD -bisectoare, avem $\angle DAB \equiv \angle DAC$ (ii). Din (i) și (ii) rezultă că:

$\angle DAE \equiv \angle ADE$, deci $\triangle ADE$ este dreptunghic și isoscel.

Deoarece $AD = 3\sqrt{2}$ cm, avem $AE = DE = 3$ cm.

$\triangle CDE \sim \triangle CBA$ ($DE \parallel AB$), rezultă: $\frac{CE}{CA} = \frac{DE}{AB}$, de unde $CA = 12$ cm.

Folosindu-ne de datele obținute, rezultă $BC = 4\sqrt{10}$, de aici rezultă că perimetrul este egal cu: $16 + 4\sqrt{10}$ și aria = 24 cm^2 .