

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Clasa a VII-a

1. Să se rezolve ecuația $\sqrt{x \cdot (x - y)} = 6$ în mulțimea $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Crina Andreica, Dipșa, Bistrița-Năsăud

2. Fie numerele: $A = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{8}\right) + \dots + \left(\frac{97}{98} - \frac{99}{100}\right)$ și
 $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{98} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{100}\right)$.

Calculați $A + B$.

Valer Pop, Șanț, Bistrița-Năsăud

3. Fie ABC un triunghi oarecare. Poate fi împărțit acest triunghi în 16384 de triunghiuri congruente? Justificați.

Dumitru Vieru, Dorohoi (E: 14040; *Gazeta Matematică* 7-8-9/2010)

Notă:

Rezolvare corectă a fiecărui subiect, prin orice metodă, atrage acordarea punctajului maxim -7 puncte.

Nu se acordă puncte din oficiu.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se va rezolva pe coală separată.

Timp de lucru: 2 ore.

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Soluții - Clasa a VII-a

1. Din $x(x-y) \geq 0$ și x este număr natural se obține $x-y \geq 0$, de aici se obține $x \geq y$

Dacă:

$$\sqrt{x \cdot (x - y)} = 6$$

atunci: $x \cdot (x - y) = 36$

$$x^2 - xy \geq 0$$

Știm că $36 = 18 \cdot 2$

$$36 = 9 \cdot 4$$

$$36 = 12 \cdot 3$$

$$36 = 36 \cdot 1$$

$$36 = 6 \cdot 6 \text{ se obțin cazurile:}$$

Din $x = 18$ și $x - y = 2$, obținem: $y = 16$

Din $x = 9$ și $x - y = 4$, obținem: $y = 5$

Din $x = 12$ și $x - y = 3$, obținem: $y = 9$

Din $x = 36$ și $x - y = 1$, obținem: $y = 35$

Din $x = 6$ și $x - y = 6$, obținem: $y = 0$.

Concluzie: soluțiile obținute sunt: $(x;y) \in ((18;16);(9;5);(12;9);(36;35);(6;0))$

2. Se elimină parantezele, se aplică în mod convenabil proprietatea de comutativitate a adunării și grupând convenabil termenii rezultă:

$$A+B = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{97}{98} + \frac{1}{98} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{99}{100} + \frac{1}{100} \right) = 25 - 25 = 0$$

2. Fie M, N, P mijloacele laturilor BC, CA, respectiv AB din $\triangle ABC$. Obținem: $\triangle APN \equiv \triangle BPM \equiv \triangle CMN \equiv \triangle PMN$, conform cazului LLL. Prin același procedeu fiecare din cele 4 triunghiuri se vor împărți fiecare în câte alte 4 triunghiuri congruente, se obțin 4^2 triunghiuri congruente. În continuare fiecare din cele 4^2 triunghiuri congruente se va împărți în câte 4 triunghiuri congruente, rezultă 4^3 triunghiuri congruente. Procedul se continuă, până obținem $4^7 = 16384$ triunghiuri congruente.