

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Clasa a VI-a

1. Numărul de forma \overline{ab} este divizibil cu 5, iar numărul \overline{ba} este divizibil cu 7.
Stabiliți dacă $\overline{ab} - \overline{ba}$ este pătrat perfect .

Crina Andreica, Dipșa, Bistrița-Năsăud

2. Determinați numerele naturale \overline{abc} știind că $11a - 8b - 4c = 0$.

Luca Tuță, Buzău (E: 14086; *Gazeta Matematică 11/2010*)

3. $\hat{A}OB$, $\hat{B}OC$, $\hat{C}OD$, $\hat{D}OE$ și $\hat{E}OA$ sunt unghiuri în jurul punctului O , astfel încât unghiul $\hat{A}OB$ este complementul unghiului $\hat{B}OC$ și este suplementul unghiului $\hat{C}OD$, iar unghiul $\hat{D}OE$ este suplementul complementului unghiului $\hat{A}OB$.

Arătați că $[OE]$ și $[OA]$ coincid.

Ioan Tuns, Mărișelu, Bistrița-Năsăud

Notă:

Rezolvare corectă a fiecărui subiect, prin orice metodă, atrage acordarea punctajului maxim -7 puncte.

Nu se acordă puncte din oficiu.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se va rezolva pe coală separată.

Timp de lucru: 2 ore.

**Concursul „Sfinx XXI”, ediția a VI-a
Mărișelu, 03 decembrie 2011**

Soluții - Clasa a VI-a

1. Din \overline{ab} divizibil cu 5 se obține $b=5$ sau $b=0$, dar deoarece numărul \overline{ba} are

prima cifră egală cu b , rezultă ca $b \neq 0$. Atunci $b=5$.

Din \overline{ba} este divizibil cu 7 și $b=5$ obținem $a=6$, deoarece 56 este divizibil cu 7.
Din $a=6$ și $b=5$ se obține numărul de forma $\overline{ab} = 65$

Numărul $\overline{ba} = 56$

În concluzie diferența $\overline{ab} - \overline{ba} = 65 - 56 = 9 = 3^2$ este pătrat perfect.

2. Relația $11a - 8b - 4c = 0$, se poate scrie astfel: $11a = 8b + 4c = 4(2b + c)$, adică:
 $11a = 4(2b + c)$;

Desigur 4 nu divide pe 11 , deducem că $4 \mid a$, rezultă $a \in \{4, 8\}$.

Pentru $a = 4$, rezultă $4(2b + c) = 44$ sau $2b + c = 11$
 $2b - \text{par}$ } $\Rightarrow c - \text{impar}$, deci
 $c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ Se obțin numerele: 451; 443; 435; 427; 419.

Pentru $a = 8$, rezultă $4(2b + c) = 88$ sau $2b + c = 22$

$2b - \text{par} \Rightarrow c - \text{par}$, deci $c \in \{2, 4, 6, 8\}$

Se obțin numerele: 894; 886; 878.

Cazul: $c = 2$ nu obținem soluție deoarece rezultă $b = 10$, deci nu este cifră.

3. Notăm: $m(\widehat{AOB}) = u$, iar $m(\widehat{EOA}) = x$.

Respectând cerințele problemei avem: $m(\widehat{BOC}) = 90^\circ - u$

$m(\widehat{COD}) = 180^\circ - u$

$m(\widehat{DOE}) = 180^\circ - (90^\circ - u) = 90^\circ + u$

Prin însumarea măsurilor unghiurilor obținem:

$u + 90^\circ - u + 180^\circ - u + 90^\circ + u + x = 360^\circ$, rezultă $x = 0$, adică $m(\widehat{EOA}) = 0^\circ$,
deci unghiul \widehat{EOA} este nul, de unde deducem că $[OE]$ și $[OA]$ coincid.