



## Concursul Național de Matematică "Arhimede"

Ediția a IX-a, Etapa I - 19 noiembrie 2011

Clasa a VI-a

I. (4p) a) Determinați mulțimea:  $A = \{a \mid 2\overline{a7} : 9\}$

(5p) b) Aflați numerele de forma  $\overline{2a1b}$  care împărțite la 12 dau restul 11.

II. (4p) a) Să se arate că dacă numerele  $n$  și 5 sunt prime între ele, atunci  $n^4 - 1$  se divide cu 5.

(5p) b) Fie  $p > 5$  un număr prim. Să se arate că numărul

$$p^4 + p^8 + p^{12} + \dots + p^{8044} - 2011$$

se divide cu 60.

*Prof. Niculaie Marin Goșoniu*

III. Se consideră punctele  $A, B, C, D$  coliniare, în această ordine, astfel încât:  $AC = BD$  și  $AD = 4BC$ .

(4p) a) Arătați că  $(AB) \equiv (CD)$

(5p) b) Dacă  $AD = 24$  aflați lungimea segmentului  $AC$ .

IV. Pe o dreaptă se consideră punctele  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  în această ordine.

Punctul  $A_1$  se colorează cu roșu, punctele  $A_2$  și  $A_3$  se colorează cu albastru, punctele  $A_4, A_5, A_6$  se colorează cu roșu, punctele  $A_7, A_8, A_9, A_{10}$  se colorează cu albastru și așa mai departe.

(3p) a) Să se afle ce culoare are punctul  $A_{100}$ .

(3p) b) Să se afle câte puncte sunt colorate cu roșu.

(3p) c) Notăm cu  $n$  numărul tuturor segmentelor care au capetele colorate cu aceeași culoare și cu  $m$  numărul tuturor segmentelor care au capetele colorate cu culori diferite. Să se compare  $n$  și  $m$ .

*Prof. Traian Preda*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore și 30 minute. Fiecare problemă se punctează de la 1 la 10 și primește 1 p din oficiu.