MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII

CONCURSUL NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE DECLARATE VACANTE / REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR--2006

17-18 iulie 2006

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 4 ore.

SUBIECTUL I (20p)

Se consideră matricele $E=\begin{pmatrix}1 & 4 & 6\\ 2 & 5 & 0\\ 3 & 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, mulțimea M formată din toate matricele cu trei linii, trei coloane şi toate elementele numere naturale şi mulțimea $G=\left\{X\in M \mid det(X)\neq 0 \text{ şi } X^{-1}\in M\right\}$

(4p) **a)** Să se verifice că $E\in M$ şi că $I_3\in M$.

(4p) **b)** Să se arate că, dacă $A,B\in M$ atunci $A+B\in M$ şi $A\cdot B\in M$.

(4p) **c)** Să se calculeze determinantul matricei E.

(2p) **d)** Să se arate că matricea E este inversabilă şi $E^{-1}\notin M$.

(2p) **e)** Să se găsească o matrice $C\in M$, astfel încât $rang(C)=1$ şi o matrice $D\in M$, astfel încât $rang(D)=2$.

(2p) **f)** Să se arate că mulțimea G are exact 6 elemente.

(2p) **g)** Să se arate că produsul tuturor elementelor din mulțimea G este diferit de I_3, indiferent de ordinea matricelor din acest produs.

SUBIECTUL II (20p)

Se consideră în plan punctele $A_k\left(k,k^3\right)$, $\forall k\in\{1,2,...,2006\}$, mulțimea de segmente $S=\left\{\left[A_iA_j\right] \mid \forall i,j\in\mathbf{N},\ 1\le i<j\le 2006\right\}$ şi mulțimea de triunghiuri $T=\left\{A_iA_jA_k \mid \forall i,j,k\in\mathbf{N},\ 1\le i<j<k\le 2006\right\}$

(4p) **a)** Să se determine numărul de segmente din mulțimea S.

(4p) **b)** Să se determine cea mai mică lungime a unui segment din mulțimea S.

(4p) **c)** Să se determine cea mai mare lungime a unui segment din mulțimea S.

(2p) **d)** Să se arate că aria oricărui triunghi din mulțimea T este un număr natural .

(2p) **e)** Să se determine numărul de triunghiuri din mulțimea T.

(2p) **f)** Să se arate că poligonul $A_1A_2...A_{2006}$ este convex şi aria sa este un număr natural.

(2p) **g)** Să se determine cea mai mică arie a unui triunghi din mulțimea T.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f_n(x)=1+x+x^2+...+x^n$, $\forall n\in\mathbf{N}^*,\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f_n(1)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **b)** Să se verifice că $(x-1)f_n(x) = x^{n+1} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f_{2n-1}(-1)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se arate că $f_{2n}(x) > 0$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că $f_{2n-1}(x) > 0$, $\forall x \in (-1, \infty)$ şi $f_{2n-1}(x) < 0$, $\forall x \in (-\infty, -1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că funcția f_{2005} este bijectivă .

(2p) **g)** Să se arate că funcția f_{2006} este convexă pe $\mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (30p)

Examinați structura şi valoarea teoretică şi practică a programei şcolare la disciplina de concurs din perspectiva activităților de proiectare, realizare şi evaluare la clasă.

Notă:

Pentru subiectul de METODICĂ, în acordarea punctajului se iau în considerare şi organizarea prezentării, structurarea argumentelor şi a exemplelor, precum şi nota personală, creativă a analizei.

MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
CONCURSUL NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE DECLARATE VACANTE / REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR--2006
17-18 iulie 2006
Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

BAREM DE CORECTARE LA MATEMATICĂ

Notă:
- **Pentru orice soluție corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct , dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Oficiu		**(10p)**		
I.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Câte **(2p)** pentru fiecare verificare
	b)	**(4p)**	**(4p)**	Câte **(2p)** pentru fiecare cerință
	c)	**(4p)**	**(4p)**	Calculul determinantului
	d)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare cerință
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru aflarea fiecărei matrice
	f)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
II.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Numărul de segmente
	b)	**(4p)**	**(4p)**	Rezolvarea cerinței
	c)	**(4p)**	**(4p)**	Rezolvarea cerinței
	d)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Numărul de triunghiuri
	f)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare cerință
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Rezolvarea cerinței
III.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Calculul valorii
	b)	**(4p)**	**(4p)**	Verificarea identității
	c)	**(4p)**	**(4p)**	Calculul valorii
	d)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea inegalității
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare inegalitate
	f)	**(2p)**	**(1p)**	Injectivitatea
			(1p)	Surjectivitatea
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
IV.(30p)	Se acordă **1p** pentru referirea la programă ca document oficial/componentă a curriculum-ului. Se acordă **4p** pentru precizarea structurii programei. Se acordă **7p** pentru rolul programei în proiectarea didactică. Se acordă **7p** pentru rolul programei în realizarea activităților didactice. Se acordă **7p** pentru rolul programei în evaluarea activităților elevilor. Se acordă **4p** pentru redactarea răspunsului, ***distribuite astfel***: **1p** pentru organizarea prezentării şi **3p** pentru structurarea argumentelor şi a exemplelor, cu o notă personală, creativă a analizei.			