



Concursul Național de Matematică "Arhimede"

Ediția a IX-a, Etapa I - 19 noiembrie 2011

Clasa a VIII-a

I. Se consideră numerele:

$$a = \frac{2}{3\sqrt{2}}; \quad b = \frac{3}{4\sqrt{3}}; \quad c = \frac{6}{7\sqrt{6}}$$

(3p) a) Calculați $(a + b)(a - b)$;

(3p) b) Demonstrați că $a \cdot b \cdot c \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$;

(3p) c) Scrieți, în ordine crescătoare, numerele a, b, c .

II. (3p) a) Să se scrie numărul 125 ca diferență de două pătrate perfecte.

(3p) b) Să se arate că orice cub perfect este o diferență de pătrate perfecte.

(3p) c) Să se arate că putem mări suma pătratelor a oricăror trei numere naturale consecutive cu un pătrat perfect astfel încât să obținem suma pătratelor a altor trei numere naturale consecutive.

Prof. Gheorghe Stoica

III. Punctele A, B, C, D sunt necoplanare. Dacă $AB = AC = AD = 6\text{cm}$, $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$; $m(\sphericalangle CAD) = 120^\circ$;

$m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$, iar punctele M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor BC, CD, AD și AB .

(3p) a) Determinați natura triunghiului ABC ;

(3p) b) Arătați că dreptele NQ și MP sunt coplanare;

(3p) c) Aflați aria patrulaterului $QPNM$.

Prof. Cristian Olteanu

IV. (9p) Un triunghi are o latură egală cu media aritmetică a celorlalte două laturi și o înălțime egală cu media geometrică a celorlalte două înălțimi. Demonstrați că triunghiul este echilateral.

Prof. Traian Preda

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Fiecare problemă se punctează de la 1 la 10 și primește 1 p din oficiu.