

**CONCURS NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE
DECLARATE VACANTE TITULARIZABILE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**

16 iulie 2007

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 1

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 4 ore.

SUBIECTUL I (20p)

Se consideră M mulțimea numerelor naturale nenule, care nu au cifra 9 în scrierea lor în baza 10.

- (4p) a) Să se verifice că $1 \in M$, $10 \in M$, $18 \in M$ și $19 \notin M$.
- (4p) b) Să se determine cel mai mic și cel mai mare număr natural din mulțimea M care se scriu în baza 10 utilizând 5 cifre.
- (4p) c) Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq \frac{n}{2} + 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se determine numărul de elemente din mulțimea M care au în scrierea lor zecimală 2007 cifre.
- (2p) e) Să se arate că $1 + \frac{9}{10} + \left(\frac{9}{10}\right)^2 + \dots + \left(\frac{9}{10}\right)^n < 10$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că pentru orice $m > 0$, există $n \in \mathbf{N}^*$, astfel încât $1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \geq m$.
- (2p) g) Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$ și pentru orice $r_1 < r_2 < \dots < r_n \in M$, avem $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} < 80$.

SUBIECTUL II (20p)

Într-un plan se consideră triunghiul ABC de arie S și punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CA)$, astfel încât $\frac{AM}{AB} = x$, $\frac{BN}{BC} = y$ și $\frac{CP}{CA} = z$, unde $x, y, z \in \left(0, \frac{1}{3}\right]$. Dacă QRT

este un triunghi, notăm cu S_{QRT} aria sa. Fie $r, s \in \left[0, \frac{1}{3}\right]$ și funcția $f: \left[0, \frac{1}{3}\right] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(t) = t(1 - r - s) + r + s - rs.$$

- (4p) a) Să se arate că $\frac{AP}{AC} = 1 - z$.
- (4p) b) Să se arate că $S_{AMP} = x(1 - z)S$.
- (4p) c) Să se arate că $S_{MNP} = S[1 - x(1 - z) - y(1 - x) - z(1 - y)]$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este monoton crescătoare.
- (2p) e) Să se arate că $f(t) \leq \frac{2}{3}$, $\forall t \in \left[0, \frac{1}{3}\right]$.
- (2p) f) Să se arate că $S_{MNP} \geq \frac{S}{3}$.
- (2p) g) Să se arate că, $\forall s \in \left(\frac{S}{3}, S\right)$, există, $X \in (AB)$, $Y \in (BC)$ și $Z \in (CA)$, astfel încât $S_{XYZ} = s$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = \left[(x^2 - 1)^n \right]^{(n)}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$. Prin $u^{(n)}(x)$ am notat derivata de ordinul n a funcției $u : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ în punctul x .

- (4p) a) Să se calculeze $f_1(x)$ și $f_2(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Dacă $f_n(x) = a_n x^n + \dots + a_0$, cu $a_i \in \mathbf{R}$, să se determine coeficientul a_n , $n \in \mathbf{N}^*$.
- (4p) c) Să se arate că funcția $v : (-1, 1) \rightarrow (-\infty, 0)$, $v(x) = \frac{x-1}{x+1}$ este bijectivă.
- (2p) d) Utilizând teorema lui Rolle, să se arate că ecuația $f_n(x) = 0$ are n rădăcini reale distincte și situate în intervalul $(-1, 1)$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este o funcție de n ori derivabilă pe \mathbf{R} , cu derivata de ordinul n continuă, atunci $\int_{-1}^1 f_n(x) \cdot g(x) dx = (-1)^n \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n \cdot g^{(n)}(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că $\int_{-1}^1 f_n(x) \cdot h(x) dx = 0$ pentru orice funcție polinomială $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ de grad mai mic sau egal cu $n - 1$.
- (2p) g) Să se arate că funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (C_n^0)^2 x^n + (C_n^1)^2 x^{n-1} + \dots + (C_n^n)^2$, are n rădăcini distincte situate în intervalul $(-\infty, 0)$.

SUBIECTUL IV (30p)

Demonstrați posibilitățile de integrare eficientă a mijloacelor de învățământ în activitatea didactică, la disciplina/ disciplinele de concurs, având în vedere:

- caracterizarea generală și enunțarea funcțiilor specifice ale acestora,
- clasificarea mijloacelor de învățământ,
- analiza critică a rolului tehnologiei informației și a comunicațiilor – TIC,
- prezentarea modalităților de adaptare și de integrare a mijloacelor de învățământ la disciplina/ disciplinele de concurs, cu exemplificări.

**CONCURS NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE
DECLARATE VACANTE TITULARIZABILE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**

16 iulie 2007

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 1

BAREM DE CORECTARE LA MATEMATICĂ

Notă:

- ♦ Pentru orice soluție corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Oficiu	(10p)			
I.(20p)	a)	(4p)	(4p)	Câte (1p) pentru fiecare verificare
	b)	(4p)	(4p)	Câte (2p) pentru fiecare valoare
	c)	(4p)	(4p)	Demonstrarea inegalității
	d)	(2p)	(2p)	Determinarea numărului de elemente
	e)	(2p)	(2p)	Demonstrarea inegalității
	f)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
	g)	(2p)	(2p)	Demonstrarea inegalității
II.(20p)	a)	(4p)	(4p)	Demonstrarea relației
	b)	(4p)	(4p)	Demonstrarea relației
	c)	(4p)	(4p)	Demonstrarea relației
	d)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
	e)	(2p)	(2p)	Demonstrarea inegalității
	f)	(2p)	(2p)	Demonstrarea inegalității
	g)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
III.(20p)	a)	(4p)	(4p)	Câte (2p) pentru fiecare funcție
	b)	(4p)	(4p)	Calculul coeficientului
	c)	(4p)	(2p)	Injectivitatea
			(2p)	Surjectivitatea
	d)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
	e)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
	f)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței
g)	(2p)	(2p)	Demonstrarea cerinței	
IV.(30p)	Caracterizarea generală și enunțarea funcțiilor specifice ale acestora:			7 puncte
	Clasificarea mijloacelor de învățământ:			4 puncte
	Analiza critică a rolului tehnologiei informației și a comunicațiilor – TIC:			5 puncte
	Prezentarea modalităților de adaptare și de integrare a mijloacelor de învățământ la disciplina/ disciplinele de concurs, cu exemplificări (transmitere de noi informații, sistematizări, dezvoltare de capacități și de competențe, evaluare, utilizarea de softuri educaționale):			14 puncte