

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Model**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**ЗАВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 56 1. Знайдіть число елементів множини  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$ .
- 56 2. Знайдіть координати точок перетину прямої  $y = 2x - 1$  з параболою  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння  $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$ .
- 56 4. Дано множину  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Знайдіть кількість підмножин з 3 елементів множини  $A$ , підмножин, які містять точно 2 непарних чисел.
- 56 5. Знайдіть рівняння медіатриси відрізка  $[AB]$ , де  $A(1, -2)$  і  $B(3, 4)$ .
- 56 6. Знаючи, що  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  і  $\cos 2x = \frac{1}{3}$ , обчисліть  $\sin x$ .

**ЗАВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Дано систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + my + m^2z = 0 \\ mx + m^2y + z = 0, \text{ де } m \in \mathbb{R}. \\ m^2x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 56 а) Знайдіть значення  $m$ , для яких визначник системи дорівнює нулю.
- 56 б) Докажіть, що для жодного значення  $m$  система не має розв'язків  $(x_0, y_0, z_0)$  із  $x_0, y_0, z_0 > 0$ .
- 56 в) Докажіть, що ранг матриці системи не дорівнює 2, для будь-якого  $m \in \mathbb{R}$ .
2. На множині  $\mathbb{R}$  задають закон композиції  $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1)$ .
- 56 а) Перевірте, чи закон композиції „\*” є асоціативним.
- 56 б) Докажіть, що закон композиції „\*” дозволяє нейтральний елемент.
- 56 в) Розв'яжіть рівняння  $x * x * x = 3$ .

**ЗАВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 2$ .
- 56 а) Обчисліть  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(-x)}$ .
- 56 б) Доведіть, що функція  $f$  є спадною на інтервалі  $[-1, 1]$ .
- 56 в) Знайдіть  $m \in \mathbb{R}$  для якого рівняння  $f(x) = m$  має три різні дійсні розв'язки.
2. Дано ряд  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ .
- 56 а) Обчисліть  $I_2$ .
- 56 б) Доведіть, що ряд  $(I_n)_{n \geq 1}$  є збіжним.
- 56 в) Доведіть, що  $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$  для будь-якого  $n \geq 2$ .