

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Model**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**СУБЈЕКАТ I**

**(30 бодова)**

- 5p 1. Одредите број елемената скупа  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$ .
- 5p 2. Одредите координате тачака пресека праве  $y = 2x - 1$  са параболом  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .
- 5p 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$ .
- 5p 4. Сматра се скуп  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Одредите број подскупова са 3 елемента скупа  $A$ , подскупови који садрже тачно 2 непарна броја.
- 5p 5. Одредите једначину медијатрисе дужи  $[AB]$ , где  $A(1, -2)$  и  $B(3, 4)$ .
- 5p 6. Знајући да  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  и  $\cos 2x = \frac{1}{3}$ , израчунајте  $\sin x$ .

**СУБЈЕКАТ II**

**(30 бодова)**

1. Сматра се систем једначина 
$$\begin{cases} x + my + m^2z = 0 \\ mx + m^2y + z = 0, \text{ где } m \in \mathbb{R}. \\ m^2x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 5p а) Одредите вредности  $m$  за које детерминанта матрице система је нула.
- 5p б) Докажите да за ниједну вредност  $m$  систем нема решење  $(x_0, y_0, z_0)$  тако да  $x_0, y_0, z_0 > 0$ .
- 5p в) Докажите да ранг матрице система је различит од 2, било који да је  $m \in \mathbb{R}$ .
2. На скупу  $\mathbb{R}$  дефинише се закон слагања  $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1)$ .
- 5p а) Проверите ако је закон слагања „\*” асоцијативан.
- 5p б) Докажите да закон слагања „\*” има неутрални елемент.
- 5p в) Решите једначину  $x * x * x = 3$ .

**СУБЈЕКАТ III**

**(30 бодова)**

1. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 2$ .
- 5p а) Израчунајте  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(-x)}$ .
- 5p б) Докажите да је функција  $f$  опадајућа на интервалу  $[-1, 1]$ .
- 5p в) Одредите  $m \in \mathbb{R}$  тако да једначина  $f(x) = m$  има три различита реална решења.
2. Сматра се низ  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ .
- 5p а) Израчунајте  $I_2$ .
- 5p б) Докажите да је низ  $(I_n)_{n \geq 1}$  конвергентан.
- 5p в) Докажите да  $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$ , за било који  $n \geq 2$ .