

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Model**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numărul elementelor mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale dreptei  $y = 2x - 1$  cu parabola  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$ .
- 5p** 4. Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Determinați numărul de submulțimi cu 3 elemente ale mulțimii  $A$ , submulțimi care conțin exact 2 numere impare.
- 5p** 5. Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $[AB]$ , unde  $A(1, -2)$  și  $B(3, 4)$ .
- 5p** 6. Știind că  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  și  $\cos 2x = \frac{1}{3}$ , calculați  $\sin x$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + my + m^2z = 0 \\ mx + m^2y + z = 0 \\ m^2x + y + mz = 0 \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}.$$
- 5p** a) Determinați valorile lui  $m$  pentru care determinantul matricei sistemului este nul.
- 5p** b) Arătați că pentru nicio valoare a lui  $m$  sistemul nu are o soluție  $(x_0, y_0, z_0)$  cu  $x_0, y_0, z_0 > 0$ .
- 5p** c) Arătați că rangul matricei sistemului este diferit de 2, oricare ar fi  $m \in \mathbb{R}$ .
2. Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1)$ .
- 5p** a) Verificați dacă legea de compoziție „\*” este asociativă.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „\*” admite element neutru.
- 5p** c) Rezolvați ecuația  $x * x * x = 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 2$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(-x)}$ .
- 5p** b) Demonstrați că funcția  $f$  este descrescătoare pe intervalul  $[-1, 1]$ .
- 5p** c) Determinați  $m \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are trei soluții reale distincte.
2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ .
- 5p** a) Calculați  $I_2$ .
- 5p** b) Demonstrați că șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$  este convergent.
- 5p** c) Demonstrați că  $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$ , pentru orice  $n \geq 2$ .