

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Model**

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.**

**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**I. THEMA** **(30 Puncte)**

- 5p 1. Bestimme die Anzahl der Elemente der Menge  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$ .
- 5p 2. Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte der Geraden  $y = 2x - 1$  mit der Parabel  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .
- 5p 3. Löse die Gleichung  $\sqrt[3]{1+7x} = 1+x$  in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p 4. Es sei die Menge  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Bestimme die Anzahl der Teilmengen von 3 Elementen der Menge  $A$ , die genau 2 ungerade Zahlen enthalten.
- 5p 5. Bestimme die Gleichung der Mittelsenkrechten der Strecke  $[AB]$ , wenn  $A(1, -2)$  und  $B(3, 4)$ .
- 5p 6. Wenn  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  und  $\cos 2x = \frac{1}{3}$ , berechne  $\sin x$ .

**II. THEMA** **(30 Puncte)**

1. Es sei das Gleichungssystem 
$$\begin{cases} x + my + m^2 z = 0 \\ mx + m^2 y + z = 0, \quad m \in \mathbb{R}. \\ m^2 x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 5p a) Bestimme  $m$  so, dass die Determinante der Matrix des Systems gleich Null ist.
- 5p b) Zeige, dass das System keine Lösung  $(x_0, y_0, z_0)$  mit  $x_0, y_0, z_0 > 0$ , für keinen Wert von  $m$ , hat.
- 5p c) Zeige, dass der Rang der Matrix des Systems von 2 verschieden ist, für alle  $m \in \mathbb{R}$ .
2. In der Menge  $\mathbb{R}$  definiert man die Verknüpfung  $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1)$ .
- 5p a) Prüfe ob die Verknüpfung „\*“ assoziativ ist.
- 5p b) Zeige, dass die Verknüpfung „\*“ ein neutrales Element zulässt.
- 5p c) Löse die Gleichung  $x * x * x = 3$ .

**III. THEMA** **(30 Puncte)**

1. Es sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 2$ .
- 5p a) Berechne  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(-x)}$ .
- 5p b) Beweise, dass die Funktion  $f$  im Intervall  $[-1, 1]$  fallend ist.
- 5p c) Bestimme  $m \in \mathbb{R}$  so, dass die Gleichung  $f(x) = m$  drei reelle verschiedene Lösungen hat.
2. Es sei die Folge  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$ .
- 5p a) Berechne  $I_2$ .
- 5p b) Zeige, dass die Folge  $(I_n)_{n \geq 1}$  konvergent ist.
- 5p c) Beweise, dass  $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}$ , für alle  $n \geq 2$ .