

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa I – 15.10.2011

Barem de corectare și notare

Clasa a XII-a M2

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	E	E	D	E	B	E	C	A	B

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(2x-1)}{2x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+1}{2x^2+1} \quad (1 \text{ p}) = 1 \quad (2 \text{ p}).$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \sqrt{x^2+3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{x - \sqrt{x^2+3}} \quad (2 \text{ p}) = 0 \quad (1 \text{ p}).$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}} \quad (1 \text{ p}) = 0 \quad (1 \text{ p}).$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptota orizontală a graficului (1 p).

4. $f'(x) = 1 + \frac{2}{x} \quad (2 \text{ p}),$ deci $f'(1) = 3 \quad (1 \text{ p}).$

5. $f'(x) = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \quad (1 \text{ p}).$ Cum $f'(x) \leq 0 \quad (1 \text{ p}),$ funcția este descrescătoare (1 p).

6. $f'(x) = \frac{-7}{(1+2x)^2} \quad (1 \text{ p}), \quad f''(x) = \frac{28}{(1+2x)^3} > 0 \quad (1 \text{ p}),$ deci funcția este convexă (1 p).

7. Deoarece $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x-1}{x} = \ln a \quad (1 \text{ p}),$ aplicând formula pentru $a = 2, 3$ și $e,$ avem

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(2^x-1)}{x} \cdot \frac{(e^x-1)}{x}}{\frac{x}{(3^x-1)}} \quad (1 \text{ p}) = \frac{\ln 2 \ln e}{\ln 3} = \frac{\ln 2}{\ln 3} \quad (1 \text{ p}).$$

8. Determinantul este egal cu $-4 + 4 + 4 \quad (2 \text{ p}) = 4 \quad (1 \text{ p}).$

9. $\det(A) = -1 \quad (1 \text{ p}), \quad A^* = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}),$ deci $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}).$

10. $z = -2 \quad (1 \text{ p}), \quad y = 6 \quad (1 \text{ p}), \quad x = -2 \quad (1 \text{ p}).$

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ (1p), de unde $f'(1) = \frac{1}{2}$ (0,5 p). Ecuația tangentei este $2y - x = 0$ (0,5 p).

2. Deoarece $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x+1} = 1$, dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală a graficului funcției către $\pm\infty$ (1 p). Cum $\lim_{x \searrow -1} \frac{x}{x+1} = -\infty$, dreapta de ecuație $x = -1$ este asimptotă verticală a graficului funcției (1 p).

3. $f'(x) = e^x - 1$ (0,5 p). Derivata se anulează în 0 (0,5 p), care este punct de extrem deoarece derivata schimbă semnul în jurul său (1 p).

4. $\det A = a - 3 \Rightarrow \det A^3 = (a - 3)^3$ (1 p), deci $(a - 3)^3 = 1 \Rightarrow a - 3 = 1 \Rightarrow a = 4$ (1 p).

5. Avem $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $A^3 = I_3$ (0,5 p), deci $A^n \in \{I_3, A, A^2\}$, $n \in \mathbb{N}^*$ (0,5 p). Dacă

n, m au același rest r la împărțirea cu 3, atunci $\det(A^n + A^m) = \det(2A^r) = 8$ (0,5 p). În caz contrar, cum $\det(I_3 + A) = \det(I_3 + A^2) = \det(A + A^2) = 2$, rezultă cerința (0,5 p).

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.