

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa I – 15.10.2011

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a M1

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	A	D	A	D	C	D	E	A	D	D

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Avem $\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{7}} < \sqrt[3]{6+\sqrt[3]{8}}$ (2 p). Cum $\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{8}} = 2$ rezultă concluzia (1 p).

2. $\log_2 9 = 2\log_2 3$ (1 p); $\log_3 \sqrt{2} = \frac{1}{2}\log_3 2$ (1 p). Rezultă $\log_2 3\log_3 2 = \log_2 2 = 1$ (1 p).

3. Fie $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Avem $|z - i| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2b + 1}$ (1 p); $|z + i| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2b + 1}$ (1 p). Obținem $b = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$ (1 p).

4. Ecuația devine $2x = 3 - 9x$ (2 p), deci $x = \frac{3}{11}$ (1 p).

5. Cum $\log_x 25 = 2\log_x 5 = \frac{2}{\log_5 x}$ (1 p), ecuația devine $t^2 - t - 2 = 0$ unde $t = \log_5 x$ (1 p).

Rezultă $t = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$; $t = 2 \Rightarrow x = 25$ (1 p).

6. Cum $f(0) = f(1)$ (2 p), rezultă cerința (1 p).

7. Avem $2C_n^2 = n(n-1)$ (1 p); inegalitatea devine $4(n-1) \leq n^2$ (1 p); cum $(n-2)^2 \geq 0$, rezultă cerința (1 p).

8. Termenul al cincilea este $C_{10}^4 x^{\frac{6}{3}} x^{\frac{4}{2}} = C_{10}^4 \in \mathbb{N}$ (1 p).

9. Panta dreptei AB este $\frac{a-2}{3-1}$ (2 p). Rezultă $a = 6$ (1 p).

10. Ecuația dreptei AB este $x + y - 4 = 0$ (2 p). Distanța cerută este $\frac{|0+0-4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (1 p).

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Fie $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Avem $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ și $|z - 2i| = \sqrt{a^2 + b^2 - 4b + 4}$ (1 p). Rezultă $a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow -4b + 4 = 0$ (0,5 p), deci $b = 1, a = 0 \Rightarrow z = i$ (0,5 p).

2. Fie $y \in [-1, \infty)$. Ecuația $f(x) = y$ se scrie $x^2 - 4x + 3 - y = 0$ (0,5 p), având $\Delta = 16 - 12 + 4y = 4(y + 1)$ (0,5 p). Cum $\Delta \geq 0$ rezultă $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{y + 1}$ (0,5 p). Ecuația $f(x) = y$ are o unică soluție în intervalul $[2, \infty)$, de unde concluzia (0,5 p).

3. Funcția f din membrul stâng al ecuației este strict crescătoare pe domeniul său de definiție $(0, \infty)$ (1 p). Cum $f(4) = 85$, rezultă că 4 este unica soluție (1 p).

4. Cerința se scrie echivalent $3^n > n^3, n \geq 4$ (0,5 p). Pentru $n = 4$, inegalitatea este evidentă (0,5 p). Presupunând că $3^n > n^3$, obținem $3^{n+1} \geq 3n^3 \geq n^3 + 8n^2 \geq n^3 + 3n^2 + 20n = n^3 + 3n^2 + 3n + 17n > (n + 1)^3$ (1 p).

5. Pantele dreptelor sunt -1 și $-\frac{2}{a}$ (0,5 p). Dacă dreptele sunt paralele, din egalitatea pantelor rezultă $a = 2$ (0,5 p). Dacă dreptele sunt perpendiculare, din produsul pantelor rezultă $a = -2$ (0,5 p). Deci $|a| = 2$ (0,5 p).

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.