

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa I – 15.10.2011

Barem de corectare și notare

Clasa a X-a 4 ore

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	D	A	B	B	C	D	D	D	E

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Avem $[x] - \{x\} = 3$ (1 p), deci partea fracționară este număr întreg (1 p).

Rezultă $\{x\} = 0 \Rightarrow x = 3$ (1 p).

2. Avem $a_3 = 2a_2 - a_1$ (1 p). Rezultă $13a_2 - a_1 = 3a_1 + 5a_2 + 4a_3 = 5$ (2 p).

3. Avem ecuația $f(x) = g(x)$ (1 p), adică $3x - 1 = 5 \Rightarrow x = 2$ (1 p). Punctul cerut are coordonatele (2,5) (1 p).

4. Abscisa vârfului este $x_v = -\frac{b}{2a}$ (1 p). Din $f(1) = f(3)$ rezultă că $a + b + c = 9a + 3b + c \Rightarrow 8a + 2b = 0$ (1 p). Obținem $x_v = 2$ (1 p).

5. Avem $x_1 + x_2 = 1, x_1 x_2 = m$ (1 p), deci $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1 - 2m$ (1 p).

Obținem $m = 0$ (1 p).

6. Deoarece $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ (2 p), modulul cerut este $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}| = DB = \sqrt{2}$ (1 p).

7. Cum $\vec{u} \cdot \vec{v} = 32 + a$ (1 p), rezultă $a = 2$ (1 p), deci $\vec{v} = 2\vec{u}$ (1 p).

8. Din teorema cosinusului avem $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ (2 p). $BC = \sqrt{31}$ (1 p).

9. Din teorema sinusului avem $R = \frac{a}{2 \sin A}$ (2 p) $\Rightarrow R = 6$ (1 p).

10. Ridicând relația dată la pătrat, avem $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$ (1 p). Rezultă că

$2 \sin x \cos x = \frac{3}{4}$ (1 p), deci $\sin 2x = \frac{3}{4}$ (1 p).

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Avem $5(a-20) = -12b$, deci 5 divide b . Notăm $b = 5t, t \in \mathbb{N}$ (1 p). Rezultă $a = 20 - 12t$.

Cum $a \geq 0$, obținem $t \in \{0, 1\}$ (0,5 p). Obținem perechile $(a, b) = (20, 0); (8, 5)$ (0,5 p).

2. Demonstrăm prin inducție. Pentru $n = 1$ avem egalitate (0,5 p) și, presupunând cerința

adevărată pentru n , rămâne de demonstrat că $\frac{1}{2^n+1} + \frac{1}{2^n+2} + \dots + \frac{1}{2^{n+1}} \geq$
 $\geq 1 + \frac{n+1}{2} - \left(1 + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{2}$ (0,5 p). Deoarece suma $\frac{1}{2^n+1} + \frac{1}{2^n+2} + \dots + \frac{1}{2^n+2^n}$ are 2^n termeni, fiecare mai mare sau egal cu $\frac{1}{2^{n+1}}$, prin sumare rezultă concluzia (1 p).

3. Imaginea funcției f este intervalul $[4, \infty)$ (1 p). Funcția f este crescătoare pe intervalul $[4, \infty)$ (0,5 p), deci $f(f(x)) \geq f(4) = 29, \forall x \in \mathbb{R}$ (0,5 p).

4. Notăm cu M al patrulea vârf al paralelogramului $ABMC$. Avem $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. (0,5 p).

Cum unghiul $\sphericalangle ABM = 150^\circ, AB = 1, AC = \sqrt{3}$ (0,5 p), rezultă că $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = AM =$

$$= \sqrt{1^2 + 3 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{7} \text{ (1 p)}.$$

5. Din teorema cosinusului avem $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ (0,5 p), deci $a^2(b+c) = b^3 + c^3 =$
 $= 5 - 1^3 = 4 \Rightarrow b+c = 4$ (1 p). Rezultă că perimetrul este 5 (0,5 p).

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.