

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa I – 15.10.2011

Clasa a XII-a M2

Numele și Prenumele	
Școala	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (50 puncte)

La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 5 p** 1. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + 1}$ este egală cu:
 A) $\frac{1}{2}$; B) ∞ ; C) 0; D) 2; E) $-\infty$.
- 5 p** 2. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x + 3}$ este egală cu:
 A) 0; B) 1; C) $-\infty$; D) ∞ ; E) $\frac{1}{2}$.
- 5 p** 3. Valoarea limitei $\lim_{x \searrow 2} \frac{x-3}{x-2}$ este egală cu:
 A) ∞ ; B) 0; C) $\frac{3}{2}$; D) 1; E) $-\infty$.
- 5 p** 4. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$ este egală cu:
 A) 0; B) 2; C) $-\infty$; D) 1; E) ∞ .
- 5 p** 5. Derivata funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + \frac{e}{x}$ în punctul $x = 1$ este egală cu:
 A) \sqrt{e} ; B) e ; C) $1 + e$; D) 1; E) 0.
- 5 p** 6. Fie funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{x+2}$. Cât este a știind că $f'(a) = \frac{1}{9}$?
 A) 0; B) 1; C) 4; D) $\frac{1}{2}$; E) 2.
- 5 p** 7. Derivata a doua a funcției $f(x) = x^2 + e^x$ este egală cu:
 A) $f''(x) = e^x$; B) $f''(x) = x + e^x$; C) $f''(x) = (x+2)e^x$; D) $f''(x) = 2x + e^x$; E) $f''(x) = 2 + e^x$.
- 5 p** 8. Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{vmatrix}$ este egală cu:
 A) $\sqrt{3}$; B) 3; C) 2; D) $\sqrt{2}$; E) 0.

- 5 p** 9. Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ este egală cu:
- A) -2; B) 2; C) 3; D) 4; E) -4.
- 5 p** 10. Sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + my = -3 \\ x + y = 2 \end{cases}$ este incompatibil pentru m egal cu:
- A) 0; B) 1; C) -3; D) 2; E) -1.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 3 p** 1. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(2x-1)}{2x^2+1}$.
- 3 p** 2. Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2+3})$.
- 3 p** 3. Determinați asimptota orizontală a graficului funcției $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$.
- 3 p** 4. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2 \ln x$. Calculați $f'(1)$.
- 3 p** 5. Arătați că funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ este descrescătoare.
- 3 p** 6. Arătați că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3-x}{1+2x}$ este convexă.
- 3 p** 7. Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2^x-1)(e^x-1)}{x(3^x-1)}$.
- 3 p** 8. Calculați determinantul $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.
- 3 p** 9. Calculați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.
- 3 p** 10. Rezolvați sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + z = 4 \\ -4z = 8 \end{cases}$.

SUBIECTUL III (10 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- | | |
|------------|---|
| 2 p | 1. Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ în punctul $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$. |
| 2 p | 2. Determinați asimptotele graficului funcției $f: (-\infty, -1) \cup (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$ |
| 2 p | 3. Determinați punctele de extrem ale funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$. |
| 2 p | 4. Fie matricea cu elemente reale $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & a \end{pmatrix}$. Determinați valorile lui a pentru care $\det A^3 = 1$. |
| 2 p | 5. Fie matricea cu elemente reale $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Arătați că $\det(A^n + A^m) \in \{2, 8\}$, oricare ar fi $n, m \in \mathbb{N}^*$. |

Punctaj total 100 puncte.