

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ**

**Etapa I – 15.10.2011**

**Clasa a XII-a M1**

<b>Numele și Prenumele</b>	
<b>Școala</b>	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (50 puncte)**

**La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.**

- |            |  |
|------------|--|
| <b>5 p</b> | 1. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ este egală cu:   |
|            | A) 1;                      B) $\infty$ ;                      C) 0;                      D) 6;                      E) $-\infty$ .                                   |
| <b>5 p</b> | 2. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ este:  |
|            | A) $\infty$ ;                      B) $-\infty$ ;                      C) $\frac{1}{2}$ ;                      D) 1;                      E) 0.                      |
| <b>5 p</b> | 3. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)(2x+3)}{x^2}$ este:   |
|            | A) 0;                      B) 1;                      C) 2;                      D) $\infty$ ;                      E) $-\infty$ .                                   |
| <b>5 p</b> | 4. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{2x^3 + 1}$ este:   |
|            | A) 0;                      B) $\frac{1}{2}$ ;                      C) $-\infty$ ;                      D) $\infty$ ;                      E) 2.                      |
| <b>5 p</b> | 5. Derivata funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^x$ în punctul $x = 0$ este:   |
|            | A) 3;                      B) 2;                      C) 0;                      D) $e$ ;                      E) $1 + e$ .  |
| <b>5 p</b> | 6. Derivata a doua a funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$ în punctul $x = 1$ este:   |
|            | A) 1;                      B) $1 + e$ ;                      C) 0;                      D) $e$ ;                      E) 2.  |
| <b>5 p</b> | 7. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \arctg(x+1)$ . Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ este:                    |
|            | A) $\frac{1}{2}$ ;                      B) $\frac{\pi}{2}$ ;                      C) $\frac{\pi}{4}$ ;                      D) 0;                      E) $\infty$ . |
| <b>5 p</b> | 8. Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ este egal cu 4. Cât este $m$ ?  |
|            | A) 6;                      B) 0;                      C) -3;                      D) 13;                      E) 10.   |

- 5 p** 9. Determinantul  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 6 \end{vmatrix}$  este:
- A) 0;                      B) 2;                      C) 1;                      D) -1;                      E) -14.
- 5 p** 10. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Cât este determinantul matricei  $A^3$ ?
- A) 4;                      B) 12;                      C) 64;                      D) -64;                      E) 128.

## SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 3 p** 1. Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^3 + 1} - n\sqrt{n})$ .
- 3 p** 2. Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt{2x + 5}}{x - 2}$ .
- 3 p** 3. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + a)e^x$ . Determinați valorile reale ale lui  $a$  știind că  $f'(0) = 3$ .
- 3 p** 4. Arătați că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^3 - 3x^2 + 3x + 5$  este strict crescătoare.
- 3 p** 5. Arătați că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$  este convexă.
- 3 p** 6. Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$ .
- 3 p** 7. Determinați asimptota verticală a graficului funcției  $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x + \sin x}{x^2 - 2x + 1}$ .
- 3 p** 8. Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Arătați că dacă  $AB = BA$ , atunci  $A = B$ .
- 3 p** 9. Arătați că sistemul de ecuații liniare  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ x - 2y + 2z = -1 \end{cases}$  are o infinitate de soluții.
- 3 p** 10. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Determinați valorile reale ale lui  $a$  știind că  $A^3 = I_3$ .

**SUBIECTUL III (10 puncte)**

**Scrieți rezolvările complete.**

- |            |   |
|------------|---|
| <b>2 p</b> | <b>1.</b> Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$ .   |
| <b>2 p</b> | <b>2.</b> Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 2}$ este mărginită.  |
| <b>2 p</b> | <b>3.</b> Considerăm șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_{n+1} = x_n^3 + \frac{x_n}{2}$ , $n \geq 1$ și $x_1 = \frac{1}{2}$ . Calculați limita șirului $(x_n)_{n \geq 1}$ .  |
| <b>2 p</b> | <b>4.</b> Fie permutarea $\sigma$ cu proprietatea că $\sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . Calculați $\sigma^3$ .   |
| <b>2 p</b> | <b>5.</b> Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & b \\ b & ab & a \end{pmatrix}$ , unde $a, b$ sunt numere reale, diferite de 1. Arătați că matricea $A$ este inversabilă dacă și numai dacă numerele $a$ și $b$ sunt distincte. |

**Punctaj total 100 puncte.**