

Concursul Gazeta Matematică și ViitoriOlimpici.ro
Etapa finală
15-19 august 2011 – Câmpulung Muscel

Clasa a VII-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi sistemul

$$\begin{cases} a^2 \leq b + c \\ b^2 \leq c + a \\ c^2 \leq a + b \end{cases}$$

2. Se consideră un segment AB și 2011 puncte distincte în interiorul său. Punctul A se colorează cu roșu, punctul B se colorează cu negru, iar fiecare din cele 2011 puncte considerate se colorează în mod arbitrar cu roșu sau cu negru. Arătați că, pentru cele 2012 segmente determinate de alegerea celor 2011 puncte, numărul segmentelor cu extremitățile colorate cu culori diferite nu poate fi egal cu numărul segmentelor cu extremitățile colorate cu aceeași culoare.

3. Se consideră paralelogramul ABCD de centru O, și punctele E, F astfel încât $E \in (AB)$, $D \in (AF)$, iar patrulaterul EDFO este paralelogram. Dacă triunghiul ECF este dreptunghic isoscel, de bază EF, arătați că ABCD este pătrat.

Autori: Laurențiu Panaitopol, Manuela Prajea