

**CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/ CATEDRELOR
DECLARATE VACANTE/ REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
- Etapa pentru suplینire -**

4 august 2011

Probă scrisă la **MATEMATICĂ**

VARIANTA 1

Profesori

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Ecuația $2x^2 + 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3 = 0$, $m \in \mathbb{R}$ are soluțiile x_1 și x_2 , cu $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$.

5p a) Determinați cea mai mică valoare întregă a lui m pentru care x_1 și x_2 sunt numere reale.

5p b) Pentru ce valori reale ale lui m are loc inegalitatea $|x_1 + x_2 + 2x_1x_2| < 1$?

3p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care cel puțin unul dintre numerele x_1 și x_2 este întreg.

2p d) Dați exemplu de $m \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ pentru care ecuația are ambele soluții în \mathbb{Q} .

2. Se consideră triunghiul ABC care nu este obtuzunghic. Se notează cu r raza cercului înscris și cu R raza cercului circumscris triunghiului ABC .

5p a) Arătați că $B + C \geq \frac{\pi}{2}$.

5p b) Știind că $B = C = \frac{\pi}{4}$, arătați că $AB + AC = 2(r + R)$.

3p c) Arătați că $\sin B \geq \cos C$.

2p d) Demonstrați inegalitatea $AB + AC \geq 2(r + R)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie $p \geq 3$ un număr prim și polinomul $f = X^{p-1} + X^{p-2} + \dots + X + 1 \in \mathbb{C}[X]$.

5p a) Calculați $f(-1)$.

5p b) Arătați că dacă $z \in \mathbb{C}$ și $f(z) = 0$, atunci $|z| = 1$.

3p c) Determinați restul împărțirii lui $f(2)$ la p .

2p d) Arătați că dacă q este un număr prim și q divide $f(3)$, atunci p divide $q - 1$.

2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$, $g(x) = 2x - 2 \operatorname{arctg} x$ și șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, definit prin $a_n = \int_0^n f(x) dx$.

5p a) Arătați că funcția g este o primitivă a funcției f pe \mathbb{R} .

5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ a graficului funcției g .

3p c) Calculați a_n .

2p d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - a_n}{\pi} \right)^n$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Proiectați un test scris, însoțit de baremul de evaluare și de notare, pentru evaluarea sumativă la finalul anului școlar, la disciplina/una dintre disciplinele la care susțineți concursul, pentru învățământul gimnazial/liceal.

În vederea acordării punctajului:

- veți menționa următoarele elemente: disciplina/modulul de pregătire profesională, clasa, capitolele/conținuturile și timpul de lucru;
- veți construi 2 itemi obiectivi, 2 itemi semiobiectivi și 2 itemi subiectivi;
- veți redacta un barem în care se distribuie 90 de puncte și se acordă 10 puncte din oficiu.