

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

30 de puncte

1.	$\begin{cases} a_2 = 5 \\ a_4 = 11 \end{cases} \Rightarrow r = 3$ $a_6 = 17$	3p 2p
2.	Din ipoteză reiese $a + b = c + d$ și $3a + b = 3c + d$ Deducem $a = c$, $b = d$ Finalizare $f(5) = g(5)$	2p 2p 1p
3.	$S = x_1 + x_2 = 5$ $P = x_1 \cdot x_2 = 3$ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{S}{P}$ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{3}$	1p 1p 2p 1p
4.	$x^2 + x + 2 = 4$, deci $x^2 + x - 2 = 0$ $S = \{-2, 1\}$	3p 2p
5.	$\frac{AM}{MB} = 3, M \in [AB]$ $\frac{AN}{NC} = 3, N \in [AC]$ $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 3 \Rightarrow MN \parallel BC$	2p 2p 1p
6.	$AC = BC \cdot \operatorname{ctg} A$ $AC = 6\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

30 de puncte

a)	$y * x = yx - 2y - 2x + 6 =$ $= xy - 2x - 2y + 6 = x * y$ Finalizare: $y * x = x * y$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$	2p 2p 1p
b)	$(x * y) * z = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 6$ $x * (y * z) = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 6$ $(x * y) * z = x * (y * z)$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{R}$	2p 2p 1p
c)	$x * y = (2 - x)(2 - y) + a \Rightarrow xy - 2x - 2y + 6 = (2 - x)(2 - y) + a$ Finalizare: $a = 2$	2p 3p
d)	$x * x = x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 6 = x$ $x = 2$ sau $x = 3$	3p 2p
e)	Căutăm $e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * e = e * x = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ $x * e = e * x = xe - 2x - 2e + 6$ $xe - 2x - 2e + 6 = x \Rightarrow e = 3 \in \mathbb{R}$	1p 2p 2p

f)	$(x+2) \cdot \left(\frac{1}{x} + 2\right) = (2-x-2) \left(2 - \frac{1}{x} - 2\right) + 2 =$	3p
	$= (-x) \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) + 2 = 1 + 2 = 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}^*$	2p

SUBIECTUL al III-lea

30 de puncte

a)	$A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1p
	$\det(A + I_3) = 1 + a^3$	3p
	Finalizare: $a = 0$	1p
b)	${}^tA = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a \\ a & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 \end{pmatrix}$	1p
	$A + {}^tA = \begin{pmatrix} 0 & a & -a \\ a & 0 & -a \\ -a & -a & 0 \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A + {}^tA) = 2a^3$	2p
c)	$a = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \det A = 1 \neq 0 \Rightarrow A$ inversabilă	2p
	Finalizare: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	3p
d)	$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a^2 \\ a^2 & 0 & 0 \\ 0 & -a^2 & 0 \end{pmatrix}$	2p
	$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} a^3 & 0 & 0 \\ 0 & a^3 & 0 \\ 0 & 0 & a^3 \end{pmatrix} = a^3 \cdot I_3$	3p
e)	$(A + I_3)(A^2 - A + I_3) = A^3 + I_3$	3p
	Finalizare: $A^3 + I_3 = 2I_3$	2p
f)	$A + {}^tA + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & a & -a \\ a & 1 & -a \\ -a & -a & 1 \end{pmatrix}$	1p
	$\det(A + {}^tA + I_3) = 2a^3 - 3a^2 + 1$	2p
	$2a^3 - 3a^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow a^2(2a - 3) = 0$, deci $a = 0$ sau $a = \frac{3}{2}$	2p