Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1<\sqrt{2}<2$	**2p**
	$2<\sqrt{5}<3$	**2p**
	Rezultă că 2 este singurul număr întreg din intervalul dat	**1p**
2.	Axa de simetrie a parabolei este dreapta de ecuație $x=x_V=-\dfrac{b}{2a}$	**2p**
	$-\dfrac{m}{2}=2\Rightarrow m=-4$	**3p**
3.	$x-\dfrac{\pi}{6}\in\left\{(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$	**3p**
	$x\in\left\{\dfrac{\pi}{3},\pi\right\}$	**2p**
4.	$A_n^2=n(n-1)$	**2p**
	$C_n^2=\dfrac{n(n-1)}{2}$	**2p**
	$n(n-1)=12\Rightarrow n=4$	**1p**
5.	$\dfrac{a}{1}=\dfrac{1}{-2}$	**3p**
	$a=-\dfrac{1}{2}$	**2p**
6.	$\dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cdot\cos x}=2$	**2p**
	$1=2\sin x\cdot\cos x$	**2p**
	$\sin 2x=1$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1 & x & x^2\\ 0 & 1 & 2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & y & y^2\\ 0 & 1 & 2y\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$	**1p**
	$\begin{pmatrix}1 & x & x^2\\ 0 & 1 & 2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & y & y^2\\ 0 & 1 & 2y\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x+y & (x+y)^2\\ 0 & 1 & 2(x+y)\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=A(x+y)$	**4p**

b)	$A(x)-A(y)=\begin{pmatrix}0 & x-y & x^2-y^2\\ 0 & 0 & 2(x-y)\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$	**1p**
	$\left(A(x)-A(y)\right)^2=\begin{pmatrix}0 & 0 & 2(x-y)^2\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\left(A(x)-A(y)\right)^3=O_3 \Rightarrow \left(A(x)-A(y)\right)^{2011}=O_3$	**2p**
c)	Matricea A este inversabilă	**1p**
	$\left(A(x)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -x & x^2\\ 0 & 1 & -2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=A(-x)$	**4p**
2.a)	$f(-1)=-1+1-\alpha-i(\alpha-2)+\alpha+(\alpha-2)i$	**2p**
	Finalizare: $f(-1)=0$	**3p**
b)	Rădăcinile lui g sunt de forma $x_1=u+iv$ şi $x_2=u-iv$, unde $u,v\in\mathbb{R}$	**1p**
	Din relațiile lui Viète rezultă $x_1+x_2=-p$ şi $x_1x_2=q$	**1p**
	$p=-2u\in\mathbb{R}$ şi $q=u^2+v^2\in\mathbb{R}$	**2p**
	Ecuația $x^2+px+q=0$, cu $p,q\in\mathbb{R}$, are soluții distincte complex conjugate dacă şi numai dacă $\Delta<0$, de unde $p^2<4q$	**1p**
c)	$f=\left(X+1\right)\left(X^2-\alpha X+\alpha+(\alpha-2)i\right)$	**2p**
	Polinomul $h=X^2-\alpha X+\alpha+(\alpha-2)i\in\mathbb{C}[X]$ are două rădăcini distincte complex conjugate	**1p**
	Conform punctului **b)**, rezultă $\alpha\in\mathbb{R}$ şi $\alpha+(\alpha-2)i\in\mathbb{R}$, de unde $\alpha=2$, care convine	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	**1.a)** $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{-2}{x^2-1}$	**3p**
	$f'(x)<0$ pentru orice $x>1$, de unde concluzia	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=+\infty$, deci $x=1$ este asimptotă verticală	**2p**
	f este continuă pe $(1,\infty)$, deci nu are alte asimptote verticale	**1p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\dfrac{x+1}{x-1}=0$, deci $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}xf(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)-\ln(x-1)}{x^{-1}}$ - nedeterminare de forma $\dfrac{0}{0}$	**2p**
	Cu regula lui l'Hospital, limita este $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)^{-1}-(x-1)^{-1}}{-x^{-2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2-1}=2$	**3p**
2.a)	$\int_1^4(x-3\sqrt{x}+2)dx=\left(\dfrac{1}{2}x^2-3\cdot\dfrac{2}{3}\cdot x^{\frac{3}{2}}+2x\right)\Big\vert_1^4=$	**4p**
	$=-\dfrac{1}{2}$	**1p**
b)	$A=\int_1^2\left\vert\dfrac{f(x)}{x}\right\vert dx=-\int_1^2\dfrac{f(x)}{x}dx$, deoarece $f\le 0$ pe intervalul [1, 2],	**2p**
	$=-\int_1^2 xdx+3\int_1^2 dx-\int_1^2\dfrac{2}{x}dx=$	**1p**

	$=\frac{3}{2}-2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_1^2 f^n(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^2(2x-3)'f^n(x)dx=\frac{1}{2}(2x-3)(x^2-3x+2)^n\Big\|_1^2-\frac{1}{2}\int_1^2(2x-3)^2 nf^{n-1}(x)dx=$	**3p**
	$=-\frac{n}{2}\int_1^2(4x^2-12x+8+1)f^{n-1}(x)dx=-\frac{4n}{2}\int_1^2 f^n(x)dx-\frac{n}{2}\int_1^2 f^{n-1}(x)dx$, de unde concluzia	**2p**