

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care numerele $x-1$, $x+1$ și $3x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5-x$. Calculați $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(10)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = x-3$.
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
- 5p** 5. Calculați distanța de la punctul $A(2,3)$ la punctul de intersecție a dreptelor $d_1: 2x-y-6=0$ și $d_2: -x+2y-6=0$.
- 5p** 6. Calculați cosinusul unghiului M al triunghiului MNP , știind că $MN=4$, $MP=5$ și $NP=6$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{Z}$.
- 5p** a) Calculați $A^2 - 3A$.
- 5p** b) Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+3ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$.
- 5p** c) Arătați că $X(a)$ este matrice inversabilă, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.
2. Polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 5X + m$, cu $m \in \mathbb{R}$ are rădăcinile x_1, x_2 și x_3 .
- 5p** a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5p** b) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$ pentru care $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.
- 5p** c) Arătați că determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ este număr natural, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Arătați că $f(x) > 0$, oricare ar fi $x \in [1, +\infty)$.
- 5p** c) Arătați că graficul funcției f nu admite asimptotă spre $+\infty$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 10}$.
- 5p** a) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.
- 5p** b) Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe mulțimea \mathbb{R} .

5p c) Demonstrați că $\int_{-10}^{10} f(x) dx = 2 \int_0^{10} f(x) dx$.