

Proba 3  
 Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.  
 Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.  
 • Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.  
 • Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.  
 • La toate subiectele se cer rezolvări complete.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- Sp 1. Calculați modulul numărului complex  $z = (3+4i)(5-12i)$ .
- Sp 2. Punctul  $V(2,3)$  este vârful parabolei asociate funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + ax + b$ .  
Calculați  $f(3)$ .
- Sp 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $|\sqrt{x} - 1| = 2$ .
- Sp 4. Determinați numerele naturale  $n$ ,  $n \geq 2$ , pentru care  $C_n^2 \leq 4 \cdot A_n^1$ .
- Sp 5. Fie  $G(1,0)$  centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ , unde  $A(2,5)$  și  $B(-1,-3)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$ .
- Sp 6. Calculați raza cercului înscris în triunghiul  $ABC$  știind că  $AB = AC = 5$  și  $BC = 8$ .

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $a \in \mathbb{Z}$ .
- Sp a) Calculați  $\det A$ .
- Sp b) Arătați că  $\text{rang } A = 3$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}$ .
- Sp c) Determinați valorile întregi ale lui  $a$  știind că matricea  $A^{-1}$  are toate elementele numere întregi.
2. Se consideră numerele reale  $a, b, c$  și polinomul  $f = X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + 36 \in \mathbb{R}[X]$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .
- Sp a) Calculați  $a + b + c$  în cazul în care restul împărțirii lui  $f$  la  $X - 1$  este 40.
- Sp b) Determinați  $c \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{1}{3}$ .
- Sp c) Arătați că dacă  $a = 6$  și  $b = 18$ , atunci polinomul  $f$  nu are toate rădăcinile reale.

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^4 - 4 \ln x$ .
- Sp a) Arătați că funcția  $f$  este strict descrescătoare pe  $(0, 1]$ .
- Sp b) Determinați asimptotele verticale ale graficului funcției  $f$ .
- Sp c) Demonstrați că, pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ , există un unic număr  $x_n \in (0, 1]$  pentru care  $f(x_n) = n$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos x$ .
- Sp a) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și de dreptele de ecuații  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ .
- Sp b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$ .
- Sp c) Demonstrați că șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f^n(x) dx$  este convergent.

Se scrie la Matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.  
 Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.