

**Baraj I.M.A.C. Juniori II (Clasele V-VI) 14 iunie 2011**

I. Într-o urnă se află 13 bile galbene și 12 bile albastre. O fetiță joacă următorul joc: atâta timp cât în urnă sunt cel puțin două bile, scoate câte două bile din urnă, respectând următoarele reguli:

- a) dacă ambele bile sunt albastre, pune o bilă înapoi;
- b) dacă bilele sunt de culori diferite, pune înapoi bila galbenă;
- c) dacă bilele sunt amândouă galbene, pune o bilă albastră în urnă.

Presupunând că fetița dispune de suficiente bile albastre, în afara celor din urnă, se cere:

- 1) Să se arate că la sfârșit va rămâne în urnă o bilă.
- 2) Să se afle culoarea ultimei bile rămase în urnă.

Niculaie Marin Goșoniu

II. Determinați două numere naturale consecutive care au, fiecare, suma divizorilor naturali egală cu 24.

Aurel Doboșan

III. Fie  $M$  mulțimea tuturor dreptunghiurilor cu perimetrul egal cu 2012 și lungimile laturilor exprimate prin numere naturale.

- a) Să se afle  $\text{card } M$ ;
- b) Să se demonstreze că orice două dreptunghiuri distincte din mulțimea  $M$  au ariile diferite.
- c) Să se afle cea mai mică arie pe care o poate avea un dreptunghi din mulțimea  $M$  precum și cea mai mare. Justificare!

Traian Preda, N.M. Goșoniu

IV. Se consideră mulțimea :

$$A = \{\overline{abc} = 2^n + 2^m + 2^p, \text{ unde } m, n, p \text{ sunt numere naturale distincte}\}$$

- a) Să se afle cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii  $A$ .
- b) Să se demonstreze că nu există în mulțimea  $A$  trei numere naturale consecutive.
- c) Aflați  $\text{card } A$ .

Traian Preda

Notă: Fiecare problemă se notează de la 1 la 10 puncte. La fiecare problemă se acordă un punct din oficiu. Timp de lucru : 3 ore.