UNIVERSITATEA *POLITEHNICA* DIN BUCUREŞTI

Facultatea/Colegiul ________________________

Numărul legitimaţiei de bancă ____________
Numele ______________________
Prenumele tatălui ________________
Prenumele ____________________

CHESTIONAR DE CONCURS

DISCIPLINA: **Algebră şi Elemente de Analiză Matematică_ M1A**

VARIANTA **E**

1. Soluţiile x_1, x_2, x_3 ale ecuaţiei $x^3 - 3x - 10 = 0$ satisfac condiţiile **(6 pct.)**

a) $x_1 = x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$; b) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; c) $x_1 = x_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C}$; d) $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$;

e) $x_1 \in \mathbb{R}, x_2, x_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$; f) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$.

2. Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ dacă graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^3 - 2(m+1)x^2 + (m^2 + 2m + 2)x - 2m,$$

intersectează axa Ox în trei puncte distincte.. **(6 pct.)**

a) $m \in (-\infty, -2 - 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, \infty)$; b) $m \neq -2 + 2\sqrt{2}$; c) $m \in (-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2})$; d) $m \neq 1$;

e) $m \in (-\infty, -2 - 2\sqrt{2}) \cup (-2 + 2\sqrt{2}, 1) \cup (1, \infty)$; f) nu există m.

3. Fie $e_1 = (1, -1, 0)$ şi $e_2 = (1, 1, 0)$. Să se precizeze pentru care din vectorii e_3 de mai jos, vectorii e_1, e_2, e_3 sunt liniar independenţi în $\mathbb{R}^3$. **(6 pct.)**

a) $e_3 = (-2, 2, 0)$; b) $e_3 = (2, 3, 0)$; c) $e_3 = (2, -2, 0)$; d) $e_3 = (0, 0, 1)$; e) $e_3 = (0, 0, 0)$; f) $e_3 = (5, 5, 0)$.

4. Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_{x+3}^{2x+3} t\sqrt{t^3 + 9}\, dt$ **(8 pct.)**

a) ∞; b) 10; c) 18; d) 0; e) 14; f) 20.

5. Fie curba de ecuaţie $y = 2x^3 + 4x$. Aflaţi $m \in \mathbb{R}$ ştiind că dreapta de ecuaţie $y = mx + 4$ este tangentă la curbă. **(8 pct.)**

a) $m = 8$; b) $m = 12$; c) $m = 2$; d) $m = -1$; e) $m = -6$; f) $m = 10$.

6. Fie N numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $2^x = x^2$. Decideţi: **(8 pct.)**

a) $N = 2$; b) $N = 4$; c) $N = 1$; d) ecuaţia are numai soluţii întregi; e) $N = 3$; f) $N = 0$.

7. Primitivele $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ sunt **(4 pct.)**

a) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$; b) $x + \operatorname{ctg} x + C$; c) $\frac{1}{\sin^2 x} + C$; d) $x + \operatorname{tg} x + C$; e) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + C$; f) $\frac{1}{\cos^2 x} + C$.

8. Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x^2 \cos x}$. **(4 pct.)**

a) limita nu există; b) 0; c) ∞; d) $\frac{1}{2}$; e) 1; f) 2.

9. Suma pătratelor soluțiilor ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$ este **(4 pct.)**

a) 10; b) 12; c) 4; d) -12; e) 14; f) 16.

10. Suma numerelor naturale n ce satisfac inegalitatea $\left(1+\frac{1}{n}\right)\cdot C_n^2 < 8$ este **(4 pct.)**

a) 8; b) 5; c) 7; d) 6; e) 10; f) 9.

11. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x-1) + e^{x^2}$. Să se calculeze $f'(1)$. **(4 pct.)**

a) 0; b) e; c) 2e; d) 1; e) $\frac{1}{e}$; f) e^2.

12. Să se determine o funcție polinomială P, de grad cel mult doi, care verifică condițiile $P(1) = 1$, $P'(1) = 0$, $P''(1) = 2$. **(4 pct.)**

a) $x^2 + x + 1$; b) $-x^2 + 2x$; c) $x^2 + x + 2$; d) $-x^2 + 2x + 2$; e) $-x^2 - 2x - 2$; f) $x^2 - 2x + 2$.

13. Să se rezolve inecuația $\frac{1-x}{x} > 0$. **(4pct.)**

a) $(-1,0)$; b) $[-1,1]$; c) $[0,1)$; d) $(0,1)$; e) $(-\infty,0)\cup(1,\infty)$; f) nu are soluții.

14. Să se rezolve inecuația $\ln e^x + xe^{\ln x} < 2$. **(4 pct.)**

a) $x \in (-2,1)$; b) nu are soluții; c) $x > 1$; d) $x > 0$; e) $x \in (0,1)$; f) $x \in (0,e)$.

15. Să se găsească $l = \lim\limits_{n\to\infty}\left(n + 2 - \sqrt{n^2 + n + 3}\right)$. **(4 pct.)**

a) $l = 1$; b) $l = \infty$; c) $l = \frac{3}{2}$; d) $l = 0$; e) $l = -1$; f) nu există.

16. Pe mulțimea $\mathbb{R}^3$ se definește legea de compoziție $(x_1, y_1, z_1) * (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 \cdot z_2)$. Găsiți elementul neutru. **(4 pct.)**

a) $(1,0,0)$; b) $(0,0,1)$; c) $(1,1,0)$; d) $(0,1,1)$; e) $(1,0,1)$; f) $(0,1,0)$.

17. Matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, cu $a \in \mathbb{R}$, este inversabilă pentru **(4 pct.)**

a) $a \in \{-1,0\}$; b) $a \in \mathbb{R}$; c) nu există; d) $a \neq 0$; e) $a \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$; f) $a \neq -1$.

18. Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x > 0 \\ ax + b, & x \le 0 \end{cases}$, este continuă dacă **(4 pct.)**

a) $a = b = -1$; b) $a = 1$, $b \in \mathbb{R}$; c) $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$; d) $a = 1$, $b = 2$; e) $a = -1$, $b = 2$; f) $a = 1$, $b > 1$.