FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1998
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–INFORMATICA,MATEMATICA, MATEMATICA–FIZICA

PROBA: ALGEBRA SI ANALIZA MATEMATICA

I. Sa se rezolve sistemul: $\begin{cases} 2^x + 3^x = 3 \\ 4^x + 9^x = 5 \end{cases}$.

II. 1. Rezolvati ecuatia $\sqrt[3]{x^3 + 8x + 3} = x + 1$.

2. Rezolvati inecuatia $\sqrt[3]{x^3 + 8x + 3} < x + 1$.

3. Aratati ca nu exista nici un polinom $P \in \mathbb{R}[X]$ astfel incat

$$\sqrt[3]{x^3 + 8x + 3} = P(x),$$

pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

III. Fie $(A, +, \cdot)$ un inel comutativ cu elementul unitate notat 1. Pe A definim o noua lege de compozitie: $x * y = x + y - xy$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

1. Aratati ca legea $*$ este asociativa si are element neutru.

2. Demonstrati ca $x \in A$ este simetrizabil in raport cu legea $*$ daca si numai daca $1 - x$ este inversabil in A.

3. Alcatuiti tabla legii $*$ in cazul in care $A = \mathbb{Z}_4$ si determinati elementele simetrizabile in raport cu $*$ in acest caz.

IV. Sa se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel incat

$$\lim_{x \to 0} \frac{a \cos x + b \cos 2x + c}{x^4} = 1.$$

V. Se considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definita prin:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & daca \;\; x < 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1}, & daca \;\; x \geq 0 \end{cases}.$$

Sa se arate ca f admite primitive si sa se calculeze o primitiva a acestei functii.