| Numele şi Prenumele | |
|---|---|
| Şcoala | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

## Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a IX-a – 3 ore

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**Subiectul I (50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

5 p **1.** Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=6x+2$, atunci $f(1/3)=$

**A)** 4; **B)** 1; **C)** 3; **D)** 2; **E)** 6.

5 p **2.** Graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-7x+12$ taie axa *Oy* în punctul de ordonată:

**A)** 0; **B)** 3; **C)** 4; **D)** 12; **E)** 7.

5 p **3.** Suma rădăcinilor ecuaţiei $x^2-6x-5=0$ este:

**A)** $-6$; **B)** 6; **C)** $-5$; **D)** 5; **E)** 0.

5 p **4.** Valoarea maximă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4-4x-x^2$ este:

**A)** 4; **B)** 8; **C)** 2; **D)** $-2$; **E)** 6.

5 p **5.** Cea mai mare soluţie a inecuaţiei $x^2-4x-5\le 0$ este:

**A)** $-5$; **B)** $-4$; **C)** 2; **D)** 4; **E)** 5.

5 p **6.** Dacă *G* este centrul de greutate a triunghiului echilateral *ABC*, atunci:

**A)** $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GC}$; **B)** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$; **C)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC}$; **D)** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{BC}$; **E)** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

5 p **7.** Imaginea pe cercul trigonometric a numărului $4\pi/3$ este situată:

**A)** în cadranul I; **B)** în cadranul II; **C)** în cadranul III; **D)** în cadranul IV; **E)** pe *Ox*.

5 p **8.** Dacă $\sin a=\frac{3}{5}$ şi $a\in(0,\pi/2)$, atunci $\cos a=$

**A)** 0; **B)** 1/2; **C)** 3/4; **D)** 4/5; **E)** 1.

5 p **9.** $\sin\frac{13\pi}{6}=$

**A)** 0; **B)** 1; **C)** $-1$; **D)** $-\frac{1}{2}$; **E)** $\frac{1}{2}$.

5 p **10.** Dacă $\sin a=1$ şi $\sin b=1$, atunci $\sin(a+b)=$

**A)** 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 1/2; **E)** $-1$.

**Subiectul II (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

| | |
|---|---|
| **3 p** | **1.** Determinaţi numerele reale $a,b$ pentru care graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+ax+b$ este o parabolă cu vârful în punctul de coordonate (1; 3). |
| **3 p** | **2.** Arătaţi că graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x+3$ este situat deasupra axei *Ox*. |
| **3 p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi inecuaţia $x^2+x<2$. |
| **3 p** | **4.** Determinaţi cea mai mare valoare a numărului real *a* pentru care ecuaţia $x^2+4x+a=0$ are soluţii reale. |
| **3 p** | **5.** Aflaţi valorile lui *a* pentru care dreapta $x=1$ este axă de simetrie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+ax-13$. |
| **3 p** | **6.** Fie $M\in[BC], N\in[CA], P\in[AB]$ mijloacele laturilor triunghiului *ABC*. Arătaţi că triunghiurile *ABC* şi *MNP* au acelaşi centru de greutate. |
| **3 p** | **7.** Dreptunghiul *ABCD* are laturile de lungimi $AB=3, AD=4$. Calculaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$. |
| **3 p** | **8.** Arătaţi că funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\sin(\pi+x)$ este constantă. |
| **3 p** | **9.** Dacă $\sin a=2/3$, $\sin b=1$ şi $a\in(0,\pi/2)$, calculaţi $\mathrm{tg}(a+b)$ |
| **3 p** | **10.** Arătaţi că, dacă $\sin a>\frac{2}{3}$, atunci $\cos 2a<\frac{1}{9}$. |

**Subiectul III (10 puncte). Scrieţi rezolvările complete.**

| | |
|---|---|
| **2 p** | **1.** Daţi exemplu de două funcţii de gradul al doilea ale căror grafice au exact un punct comun. |
| **2 p** | **2.** Determinaţi valorile reale ale lui *a* pentru care sistemul $\begin{cases} x+y=a \\ xy=4 \end{cases}$ are o singură soluţie. |
| **2 p** | **3.** Determinaţi cea mai mare valoare a funcţiei $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}, f(x)=7-8x-3x^2$. |
| **2 p** | **4.** Determinaţi valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x$. |
| **2 p** | **5.** Arătaţi că, dacă un triunghi dreptunghic are un unghi cu măsura $\alpha=15^\circ$, atunci ipotenuza lui este de 4 ori mai mare decât înălţimea corespunzătoare ei. |

| Numele şi Prenumele | |
|---|---|
| Şcoala | |

## EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ
### Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a IX-a – 4 ore

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**Subiectul I (50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

**5 p** **1.** Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^{100}+1$, atunci $f(-1)=$

**A)** 1; **B)** 2; **C)** 0; **D)** 101; **E)** $-99$.

**5 p** **2.** Intersecţia graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+1-\sqrt{x^2+1}$ cu axa $Oy$ are ordonata:

**A)** 1; **B)** 0; **C)** $-1$; **D)** 2; **E)** $-2$.

**5 p** **3.** Mulţimea soluţiilor reale ale inecuaţiei $3x+6<0$ este:

**A)** $\{-2\}$; **B)** $\mathbb{R}$; **C)** $(2,\infty)$; **D)** $(-2,\infty)$; **E)** $(-\infty,-2)$.

**5 p** **4.** Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-x+1$, atunci $(f\circ f)(1)=$

**A)** 1; **B)** 0; **C)** 2; **D)** 3; **E)** $-1$.

**5 p** **5.** Mulţimea soluţiilor reale ale inecuaţiei $x^2\le 9$ este:

**A)** $(-\infty,3]$; **B)** $\{-3,3\}$; **C)** $[-3,3]$; **D)** $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$; **E)** $\mathbb{R}$.

**5 p** **6.** Mulţimea valorilor funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2x+2$ este:

**A)** $[2,\infty)$; **B)** $[1,\infty)$; **C)** $[0,\infty)$; **D)** $[-1,\infty)$; **E)** $[-1,1]$.

**5 p** **7.** Numărul $\sin 1$ este cuprins în intervalul:

**A)** $[-1,-1/2]$; **B)** $(-1/2,0)$; **C)** $[0,1/2]$; **D)** $(1/2,1)$; **E)** $[1,\infty)$.

**5 p** **8.** Dacă $\cos t=0{,}8$ şi $t\in(\pi,2\pi)$, atunci $\sin t=$

**A)** 0; **B)** $-0{,}8$; **C)** $-0{,}6$; **D)** 1; **E)** 0,2.

**5 p** **9.** Cel mai mic număr real $a>0$ pentru care $\cos(x+a)=\cos x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$ este

**A)** 1; **B)** $\pi$; **C)** $\sqrt{2}$; **D)** $2\pi$; **E)** 2.

**5 p** **10.** Dacă două laturi ale unui triunghi fac un unghi de $\pi/3$ şi au lungimile 4 şi 5, atunci a treia latură are lungimea:

**A)** $\sqrt{21}$; **B)** $3\sqrt{3}$; **C)** $4\sqrt{3}$; **D)** 4; **E)** 5.

**Subiectul II (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

3 p **1.** Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ are proprietatea $f(x^2+3)+f(4x)=3x+7$. Determinaţi $f(12)$.
3 p **2.** Arătaţi că graficul funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x+1-|x-1|$ este situat în cadranul I.
3 p **3.** Arătaţi că graficele funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+5$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=2x$ sunt paralele.
3 p **4.** Determinaţi valorile reale ale lui *a* pentru care soluţiile ecuaţiei $x^2+ax-5=0$ sunt întregi.
3 p **5.** Arătaţi că inecuaţia $9x^2-9x+2<0$ nu are soluţii întregi.
3 p **6.** Laturile triunghiului $ABC$ au lungimile $AB=4, AC=5, BC=6$. Calculaţi $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
3 p **7.** Arătaţi că numărul $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\right)$ este întreg.
3 p **8.** Determinaţi partea întreagă a numărului $4\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{12}$.
3 p **9.** Determinaţi valoarea maximă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sin x+\cos x$
3 p **10.** Determinaţi numerele reale $a,b$ pentru care $a\cos 3x+\cos x=b\sin x\sin 2x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

**Subiectul III (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

2 p **1.** Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-3$ şi şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit de $a_1=2, a_{n+1}=f(a_n)$. Arătaţi că există $a\in\mathbb{R}$ astfel încât şirul $(a_n-a)_{n\geq 1}$ să fie progresie geometrică.
2 p **2.** Arătaţi că nu există trei puncte distincte pe graficul unei funcţii de gradul al doilea, care să aibă atât abscisele, cât şi ordonatele corespunzătoare în progresie aritmetică.
2 p **3.** Arătaţi că $\frac{3}{x^2+x+1}\leq 4x^2+4x+5$, pentru orice număr real *x*.
2 p **4.** Demonstraţi relaţia $\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}$.
2 p **5.** Aflaţi $m\in\mathbb{R}$ pentru care funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{\cos^4 x+m\sin^2 x}+\sqrt{\sin^4 x+m\cos^2 x}$ este constantă.

| | |
|---|---|
| **Numele şi Prenumele** | |
| **Şcoala** | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

## Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a X-a – TC + CD = 3 ore

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I. (50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

**5 p** **1.** Numărul $2!+3!$ este egal cu:
**A)** 5; **B)** 8; **C)** 6; **D)** 12; **E)** 14.

**5 p** **2.** Numărul $A_6^2$ este egal cu:
**A)** 8; **B)** 30; **C)** 6; **D)** 24; **E)** 120.

**5 p** **3.** Numărul $C_5^3$ este egal cu:
**A)** 10; **B)** 5; **C)** 8; **D)** 2; **E)** 15.

**5 p** **4.** Numărul natural *n* pentru care $100 < n! < 500$ este egal cu:
**A)** 10; **B)** 50; **C)** 5; **D)** 4; **E)** 6.

**5 p** **5.** Numărul natural *n* pentru care $C_n^{n-1} = 2011$ este egal cu:
**A)** 200; **B)** 2001; **C)** 2002; **D)** 2010; **E)** 2011.

**5 p** **6.** În plan sunt 5 puncte distincte. Numărul segmentelor având capetele în aceste puncte este:
**A)** 2; **B)** 10; **C)** 15; **D)** 5; **E)** 20.

**5 p** **7.** Probabilitatea ca, alegând un element din mulţimea $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$, numărul să fie prim este:
**A)** $40\%$; **B)** $25\%$; **C)** $\frac{1}{10}$; **D)** $\frac{4}{10}$; **E)** $\frac{1}{2}$.

**5 p** **8.** Numărul termenilor dezvoltării $(1+x)^{10}$ este egal cu:
**A)** 9; **B)** 10; **C)** 11; **D)** 12; **E)** 13.

**5 p** **9.** Termenul al doilea al dezvoltării $(a+3b)^4$ este egal cu:
**A)** $a^4$; **B)** $12ab^3$; **C)** $54a^2b^2$; **D)** $12a^2b^2$; **E)** $12a^3b$.

**5 p** **10.** Suma coeficienţilor binomiali ai dezvoltării $(1+x)^5$ este egală cu:
**A)** 32; **B)** 10; **C)** 5; **D)** 1; **E)** 15.

**SUBIECTUL II. (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

**3 p** **1.** Determinați ce procent reprezintă $9!$ din $10!$.

**3 p** **2.** Determinați numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 8 elemente.

**3 p** **3.** Determinați numărul permutărilor mulțimii $\{1,2,3,4\}$ care au pe prima poziție un număr par.

**3 p** **4.** Determinați numerele naturale nenule $n$ astfel încât $n! = 42 \cdot (n-2)!$.

**3 p** **5.** Câte numere naturale de două cifre au toate cifrele pare?

**3 p** **6.** Determinați numerele naturale $n$, $n \geq 3$, astfel încât $C_n^2 + C_{n-1}^2 = 16$.

**3 p** **7.** Determinați numărul submulțimilor având un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.

**3 p** **8.** Ordonați crescător numerele $C_{18}^5, C_{18}^6$ și $C_{18}^{14}$.

**3 p** **9.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale având trei cifre, produsul cifrelor sale să fie impar.

**3 p** **10.** Determinați coeficientul lui $x^3$ din dezvoltarea $(1+x)^5$.

**SUBIECTUL III. (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

**2 p** **1.** Calculați $\frac{2!}{1!} + \frac{3!}{2!} + \cdots + \frac{100!}{99!}$.

**2 p** **2.** Aflați probabilitatea ca, alegând un element $(a,b)$ al mulțimii $\{0,1,2,3,4\} \times \{0,1,2,3,4\}$, numărul $a \cdot b$ să fie nenul.

**2 p** **3.** Câți termeni pozitivi are dezvoltarea $\left(1-\sqrt{2}\right)^{101}$ ?

**2 p** **4.** Arătați că $\frac{50!}{20! \cdot 30!}$ este un număr natural.

**2 p** **5.** Determinați cel mai mare termen al dezvoltării $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{100}$.

| | |
|---|---|
| **Numele şi Prenumele** | |
| **Şcoala** | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

**Etapa a III-a – 21.05.2011**

## Clasa a X-a – TC + CD = 4 ore

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I. (50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

**5 p** **1.** Numărul $5!+3!$ este egal cu:
**A)** 8; **B)** 123; **C)** 126; **D)**120; **E)** 53.

**5 p** **2.** Numărul $A_5^3 - 5A_4^2$ este egal cu:
**A)** 0; **B)** 5; **C)** 4; **D)**20; **E)** 1.

**5 p** **3.** Numărul $C_6^5 + C_5^5$ este egal cu:
**A)** 6; **B)** 5; **C)** 55; **D)** 7; **E)** 65.

**5 p** **4.** Numărul natural *n* pentru care $A_n^2 = 20$ este egal cu:
**A)** 20; **B)** 8; **C)** 10; **D)** 3; **E)** 5.

**5 p** **5.** Numărul $C_9^3 + C_9^4 - C_{10}^4$ este egal cu:
**A)** 9; **B)** 0; **C)** 4; **D)**5; **E)** 10.

**5 p** **6.** Numărul funcţiilor $f:\{1,2,3,4,5\}\to\{1,2\}$ este egal cu:
**A)** 32; **B)** 8; **C)** 25; **D)** 10; **E)** 15.

**5 p** **7.** Numărul submulţimilor cu două elemente ale mulţimii $\{1,2,3,4,5,6\}$ este egal:
**A)** 15; **B)** 6; **C)** 3; **D)** 2; **E)** 30.

**5 p** **8.** Numărul termenilor dezvoltării $\left(1+\sqrt{2}\right)^{200}$ este egal cu:
**A)** 200; **B)**202; **C)** 201; **D)**199; **E)** 300.

**5 p** **9.** În dezvoltarea $(1+x)^9$, coeficientul lui $x^8$ este egal cu:
**A)** 1; **B)** 18; **C)** 36; **D)** 9; **E)** 0.

**5 p** **10.** Termenul al patrulea al dezvoltării $\left(x+x^2\right)^6$ este egal cu:
**A)** $20x^8$; **B)** $10x^9$; **C)** $6x^4$; **D)** $20x^{10}$; **E)** $20x^9$.

**SUBIECTUL II. (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

| | |
|---|---|
| **3 p** | **1.** Determinați numărul natural *n* pentru care $(n+1)!\cdot n+n!\cdot(n+1)=96$. |
| **3 p** | **2.** Rezolvați ecuația $A_x^3-A_{x-1}^3=330,\ x\in\mathbb{N}^*$. |
| **3 p** | **3.** Rezolvați ecuația $C_n^1+2C_n^2+3C_{n+1}^2=13,\ n\in\mathbb{N}$. |
| **3 p** | **4.** Numărul permutărilor unei mulțimi finite cu *n* elemente este un număr natural având patru cifre. Determinați *n*. |
| **3 p** | **5.** Determinați numărul permutărilor mulțimii $\{1,2,3,4\}$ care conțin elementul 1 pe prima poziție. |
| **3 p** | **6.** Determinați numărul funcțiilor bijective $f:\{1,2,3,4\}\to\{1,2,3,4\}$ cu proprietatea că $f(2)\geq 3$. |
| **3 p** | **7.** Determinați câte numere naturale de trei cifre au cel puțin două cifre egale. |
| **3 p** | **8.** Determinați numărul submulțimilor ordonate cu 3 elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ care conțin elementul 2. |
| **3 p** | **9.** Determinați rangul termenul care conține $x^7$ în dezvoltarea $\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}\right)^{20}$. |
| **3 p** | **10.** Determinați valorile naturale ale numărului *n* știind că termenul de rang 6 din dezvoltarea $\left(\sqrt[30]{x}+\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ nu îl conține pe *x*. |

**SUBIECTUL III. (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

| | |
|---|---|
| **2 p** | **1.** Fie $n,m$ numere naturale, $4\leq n\leq m$. Determinați numărul funcțiilor injective $f:\{1,2,\ldots,n\}\to\{1,2,\ldots,m\}$ cu proprietatea că $f(1)\leq 3$ și $f(2)\geq 3$. |
| **2 p** | **2.** Determinați numărul funcțiilor strict crescătoare $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,\ldots,100\}$ cu proprietatea că $f(3)\geq 4$. |
| **2 p** | **3.** Arătați că numărul $\dfrac{100!}{30!\cdot 30!\cdot 20!\cdot 20!}$ este natural. |
| **2 p** | **4.** Determinați toate numerele naturale $n$ pentru care media aritmetică a numerelor $C_n^0,C_n^1,C_n^2,\ldots,C_n^n$ este număr întreg. |
| **2 p** | **5.** Calculați $S_n=\left(C_n^0\right)^2+2\left(C_n^1\right)^2+3\left(C_n^2\right)^2+\cdots+(n+1)\left(C_n^n\right)^2,\ n\in\mathbb{N}$. |

| Numele şi Prenumele | |
|---|---|
| Şcoala | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

## Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a XI-a – M1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**Subiectul I (50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

5 p **1.** Soluţia $(x,y)$ a sistemului $\begin{cases} x+2y=3 \\ x-y=0 \end{cases}$ este:

**A)** $(1,1)$; **B)** $(1,0)$; **C)** $(0,1)$; **D)** $(-1,1)$; **E)** $(2,1)$.

5 p **2.** Soluţia $(x,y,z)$ a sistemului $\begin{cases} x+y+2z=3 \\ y+z=1 \\ z=1 \end{cases}$ este:

**A)** $(1,1,1)$; **B)** $(1,0,1)$; **C)** $(0,0,1)$; **D)** $(1,-1,1)$; **E)** $(2,0,1)$.

5 p **3.** Sistemul $\begin{cases} 4x+ay=2 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ este incompatibil pentru:

**A)** $a=-2$; **B)** $a=-1$; **C)** $a=0$; **D)** $a=1$; **E)** $a=2$.

5 p **4.** Matricea sistemului $\begin{cases} x+y=3 \\ x+ay=1 \\ ax+z=0 \end{cases}$ are rangul 2 pentru:

**A)** $a=0$; **B)** $a=3$; **C)** $a=2$; **D)** $a=1$; **E)** $a=-1$.

5 p **5.** Derivata funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3+e^x+1$ este:

**A)** $x^3+e^x$; **B)** $3x^2+e^x+1$; **C)** $3x^3+e^x$; **D)** $x^2+e^x$; **E)** $3x^2+e^x$.

5 p **6.** Derivata a doua a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3+e^x+1$ este:

**A)** $x+e^x$; **B)** $6x+e^x+1$; **C)** $3x+e^x$; **D)** $6x^2+e^x$; **E)** $6x+e^x$.

5 p **7.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin^2 x$. Cât este $f'(\pi)$?

**A)** 0; **B)** 1; **C)** $2$; **D)** $\pi$; **E)** $-\pi$.

5 p **8.** Panta tangentei în punctul $A(0,-1)$ la graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^{2x}-1$ este

**A)** 1; **B)** $-1$; **C)** 2; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** 0.

5 p **9.** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+e^x}{x^2}$ este egală cu:

**A)** 1; **B)** 0; **C)** $-\infty$; **D)** $-1$; **E)** $\infty$.

5 p **10.** Punctul de discontinuitate al funcţiei $f:[0,1)\to\mathbb{R},\ f(x)=[2x]$ este:

**A)** 0; **B)** 1; **C)** $\frac{1}{2}$; **D)** $\frac{1}{6}$; **E)** $\frac{2}{3}$.

(S-a notat cu $[a]$ partea întreagă a numărului real *a*).

**Subiectul II (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

3 p **1.** Rezolvați sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x+y+z=2 \\ x-y+z=4 \end{cases}$.

3 p **2.** Rezolvați ecuația $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în mulțimea matricelor pătratice de ordin 2 cu elemente reale.

3 p **3.** Aflați valorile reale ale lui *a* pentru care sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} ax+y+z=0 \\ x+2ay+z=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ este compatibil nedeterminat.

3 p **4.** Calculați aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(0,5), B(1,6), C(2,-3)$.

3 p **5.** Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x+2^x$ este strict crescătoare.

3 p **6.** Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f:(0;\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x^2+\frac{1}{x}$ în punctul de abscisă $x=1$ situat pe graficul funcției.

3 p **7.** Arătați că derivata a doua a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^4+2x^3+5x^2-x-21$ este funcție pozitivă.

3 p **8.** Fie $f:(1;\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{x-1}$. Calculați $f^{(100)}(2)$.

3 p **9.** Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-x^2-x+2$.

3 p **10.** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$.

**Subiectul III (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

2 p **1.** Rezolvați sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x+ay+a^2z=a^3 \\ x+by+b^2z=b^3 \\ x+cy+c^2z=c^3 \end{cases}$, unde $a,b,c$ sunt numere reale distincte două câte două.

2 p | **2.** Considerăm matricele $M=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $X\in M_3(\mathbb{R})$ astfel încât $M^3\cdot X\cdot M=I_3$. Arătați că $X=I_3$.

2 p | **3.** Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcție este derivabilă și pară. Arătați că derivata $f'$ este funcție impară.

2 p | **4.** Fie funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ derivabilă, cu $f(0)=f(1)=0$. Arătați că există $c\in(0,1)$ cu proprietatea că $f(c)=f'(c)$.

2 p | **5.** Determinați $a\in(0,\infty)$ știind că $a^x\geq x^a$, pentru orice $x\in(0,\infty)$.

| | |
|---|---|
| **Numele şi Prenumele** | |
| **Şcoala** | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

**Etapa a III-a – 21.05.2011**

## Clasa a XI-a – M2

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**Subiectul I. ( 50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

5 p **1.** Determinatul $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ este egal cu:

**A)** 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** $-1$; **E)** 3.

5 p **2.** Matricea $2I_2$ are inversa egală cu:

**A)** $I_2$; **B)** $\frac{1}{2}I_2$; **C)** $2I_2$; **D)** $-2I_2$; **E)** $-\frac{1}{2}I_2$.

5 p **3.** Sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+y+z=1 \\ \quad y+z=1 \\ \quad\quad z=1 \end{cases}$ are soluţia $(x,y,z)$ egală cu:

**A)** $(0,1,1)$; **B)** $(1,-1,-1)$; **C)** $(0,0,1)$; **D)** $(0,0,3)$; **E)** $(1,1,1)$.

5 p **4.** Sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y\quad=0 \\ x\quad\quad=1 \end{cases}$ are soluţia $(x,y,z)$ egală cu:

**A)** $(1,0,1)$; **B)** $(1,-1,1)$; **C)** $(0,0,0)$; **D)** $(1,-1,-1)$; **E)** $(1,1,-1)$.

5 p **5.** Derivata funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x+1$ este:

**A)** $2x-1$; **B)** 1; **C)** $2x$; **D)** 2; **E)** $-2x$.

5 p **6.** Derivata a doua a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-x-1$ este:

**A)** $2x-1$; **B)** 2; **C)** $x+1$; **D)** 1; **E)** $x$.

5 p **7.** Fie funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x$. Cât este $f'(2)$?

**A)** 1; **B)** 2; **C)** 0; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** $e$.

5 p **8.** Fie funcţia $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{x+1}$. Cât este $f'(0)$?

**A)** $-1$; **B)** 1; **C)** $-\frac{1}{2}$; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** 0.

5 p **9.** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{e^x}$ este egală cu:

**A)** 1; **B)** 0; **C)** $e$; **D)** $-\infty$; **E)** $\infty$.

5 p | **10.** Care dintre următoarele numere este punct de minim al funcţiei $f:[0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x-x$?

**A)** $0$; **B)** $e$; **C)** $-1$; **D)** $1$; **E)** $\frac{1}{e}$.

**Subiectul II. (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

3 p | **1.** Rezolvaţi sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+2y-4z=2 \\ 2x+y+z=1 \\ 7x+3y+4z=3 \end{cases}$.

3 p | **2.** Determinaţi valorile reale lui $m$ pentru care sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} 4x+my=2 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ nu are soluţii.

3 p | **3.** Rezolvaţi ecuaţia $X\cdot\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=O_2$ în mulţimea matricelor pătratice de ordin 2 cu elemente reale.

3 p | **4.** Rezolvaţi sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+y+2z=4 \\ -y+z=2 \\ z=3 \end{cases}$.

3 p | **5.** Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=xe^x$. Calculaţi $f'(0)$.

3 p | **6.** Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x+mx$, cu $m\in\mathbb{R}$. Determinaţi $m$ ştiind că $f'(0)=2$.

3 p | **7.** Calculaţi derivata a doua a funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-\ln x$.

3 p | **8.** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-e^x}{e^x}$.

3 p | **9.** Arătaţi că funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^3+2x-5$ este strict crescătoare.

3 p | **10.** Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x+\frac{4}{x}$.

**Subiectul III. (20 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

2 p | **1.** Rezolvaţi sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x+2y+z=5 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$.

2 p | **2.** Rezolvaţi ecuaţia $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}X=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ în mulţimea matricelor pătratice de ordin 2 cu elemente reale.

2 p | **3.** Calculaţi derivata funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt[3]{x^3-x^2-x+1}$ în punctul $x=-1$.

2 p | **4.** Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x+x^2+x-1$ în punctul de coordonate $O(0,0)$.

2 p | **5.** Studiaţi monotonia funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$.

[(fundatia) de evaluare] in educatie

| | |
|---|---|
| **Numele şi Prenumele** | |
| **Şcoala** | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

## Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a XII-a – M1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I. ( 50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

**5 p** **1.** Cât este $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1}dx$?

**A)** $0$; **B)** $-\frac{\pi}{3}$; **C)** $\text{arctg}\sqrt{3}$; **D)** $\frac{\pi}{3}$ **E)** $\frac{2\pi}{3}$.

**5 p** **2.** Cât este $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1}dx$?

**A)** 1; **B)** $\pi$; **C)** $-2$ ; **D)** 0; **E)** $2\pi$ .

**5 p** **3.** Valoarea integralei $\int_0^1 [x+1]dx$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real *a*, este egală cu:

**A)** 1; **B)** $-1$; **C)** $-2$ ; **D)** $\frac{3}{2}$; **E)** $2$.

**5 p** **4.** Cât este $\int_{-1}^{1} |x|\, dx$?

**A)** 4; **B)** $0$; **C)** $-2$ ; **D)** $1$; **E)** $\frac{1}{2}$.

**5 p** **5.** Cât este $\int_{1/e}^{e^2} \frac{1}{x}dx$?

**A)** $\frac{1}{e}$; **B)** $1$; **C)** $3e$; **D)** 0; **E)** 3.

**5 p** **6.** Restul împărţirii polinomului $f = X^2 - X + 2 \in \mathbb{R}[X]$ la polinomul $g = X - 2$ este egal cu:

**A)** 2; **B)** 8; **C)** $-2$; **D)** 4; **E)** $-6$.

**5 p** **7.** Restul împărţirii polinomului $f = 2X^3 - X - 3$ la polinomul $g = X + 1$?

**A)** $-4$; **B)** 0; **C)** $-2$; **D)** 1; **E)** $-1$.

5 p **8.** Câtul împărțirii polinomului $f = X^3 + 2X^2 + X + 2$ la polinomul $g = (X+1)^2$?

**A)** $X$; **B)** $2X$; **C)** $-2X$; **D)** 4; **E)** $X^2$.

5 p **9.** Fie $f = X^3 + X^2 + 2X + 9 \in \mathbb{C}[X]$ și $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale. Cât este $x_1 + x_2 + x_3$?

**A)** $2$; **B)** 9; **C)** $-1$; **D)** 1; **E)** $-9$.

5 p **10.** Fie $f = 5X^3 + 4X^2 - X \in \mathbb{C}[X]$ și $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale. Cât este $x_1x_2x_3$?

**A)** 5; **B)** 0; **C)** $-\frac{4}{5}$; **D)** $\frac{1}{5}$; **E)** $4$.

**SUBIECTUL II. (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

3 p **1.** Determinați gradul polinomului $f = (X^2 + 2)^{10} - X^{21} \in \mathbb{R}[X]$.

3 p **2.** Fie polinoamele $f = X^2 + 5X + 7 \in \mathbb{R}[X]$ și $g = X + 3 \in \mathbb{R}[X]$. Determinați valorile lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $f(a) = g(a)$.

3 p **3.** Aflați restul împărțirii polinomului $f = 4X^3 + 4X^2 + 3X - 2 \in \mathbb{R}[X]$ la polinomul $g = 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$.

3 p **4.** Aflați câtul împărțirii polinomului $f = 8X^4 - 4X^2 - 3X + 5 \in \mathbb{R}[X]$ la polinomul $g = X - 1 \in \mathbb{R}[X]$.

3 p **5.** Considerăm polinomul $f = X^4 - 2X^3 + 4X^2 - 6X + 3 \in \mathbb{C}[X]$. Determinați ordinul de multiplicitate al rădăcinii $x_1 = 1$.

3 p **6.** Considerăm polinomul $f = X^3 - 4X^2 - 2X - 7 \in \mathbb{C}[X]$ și fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale. Calculați $x_1^2x_2x_3 + x_1x_2^2x_3 + x_1x_2x_3^2$.

3 p **7.** Calculați $\int_1^e \ln x dx$.

3 p **8.** Calculați $\int_{-1}^{1} \frac{3x^2}{1+x^6} dx$.

3 p **9.** Calculați aria subgraficului funcției $f : [1,2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

3 p **10.** Considerăm funcția $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x (e^t + t) dt$. Calculați $F'(1)$.

**SUBIECTUL III. (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

**2 p** **1.** Fie polinomul $f = X^5 - 5X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + d \in \mathbb{Q}[X]$ și $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale. Știind că $x_1 = 1 + i$ și $x_2 = 1 - \sqrt{3}$, calculați $f(1)$.

**2 p** **2.** Arătați că polinomul $f = X^3 - X^2 - X - 3 \in \mathbb{Z}[X]$ nu are rădăcini raționale.

**2 p** **3.** Determinați valorile reale ale lui $a$ pentru care polinomul $f = X^3 - X + a \in \mathbb{C}[X]$ are toate rădăcinile întregi.

**2 p** **4.** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \int_n^{n+1} \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}\, dx$.

**2 p** **5.** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \int_{\pi/2}^{\pi} e^x \sin nx\, dx$.

**Punctaj total 100 puncte.**

| Numele și Prenumele | |
| --- | --- |
| Școala | |

# EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

## Etapa a III-a – 21.05.2011

## Clasa a XII-a – M2

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I. ( 50 puncte) Încercuiţi răspunsul corect.**

**5 p** **1.** Cât este $\int_0^3 (x^2-1)\,dx$ ?

**A)** 3; **B)** 6; **C)** $0$; **D)** $-6$; **E)** $-1$.

**5 p** **2.** Cât este $\int_{-2}^{2} \frac{1}{3+x}\,dx$ ?

**A)** $\frac{1}{5}$ **B)** $-\frac{4}{5}$; **C)** $\ln 3$; **D)** $\ln 5$; **E)** $\ln 2$.

**5 p** **3.** Cât este $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}\,dx$ ?

**A)** 0; **B)** 1; **C)** $2$ ; **D)** $4$; **E)** $\pi$.

**5 p** **4.** Cât este $\int_0^1 e^{x+1}\,dx$?

**A)** $e$; **B)** $e^2$; **C)** $e^2-1$ ; **D)** $e^2-e$; **E)** $e-1$.

**5 p** **5.** Valoarea integralei $\int_1^2 \frac{1}{x^2}\,dx$ este:

**A)** 2; **B)** 1; **C)** $-\frac{1}{2}$; **D)** $-1$; **E)** $\frac{1}{2}$.

**5 p** **6.** Fie polinoamele $f = X^3 - X + 3 \in \mathbb{R}[X]$ și $g = X^3 + X - 3 \in \mathbb{R}[X]$. Gradul polinomului $f-g$ este:

**A)** 3; **B)** 2; **C)** 1; **D)** 0; **E)** 6.

**5 p** **7.** Coeficientul lui $X$ din forma algebrică a polinomului $f = (X+1)^3 - 3X \in \mathbb{R}[X]$ este:

**A)** 0; **B)** 3; **C)** $-3$; **D)** $-1$; **E)** 1.

**5 p** **8.** Fie polinomul $f = X^4 + X^3 + X^2 - 3 \in \mathbb{R}[X]$. Cât este $f(31)\cdot f(1)$?

**A)** 2011; **B)** 394; **C)** 0; **D)** $8123$; **E)** 2012.

**5 p** **9.** Restul împărţirii polinomului $f = X^3 - X^2 + 5$ la polinomul $g = X - 1$ este:

**A)** 21; **B)** 0; **C)** 6; **D)** 4; **E)** 5.

**5 p** **10.** Câtul împărțirii polinomului $f = X^2 + 2X + 3$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$ este:

**A)** 0; **B)** 1; **C)** $X$; **D)** $X + 1$; **E)** $-1$.

**SUBIECTUL II. (30 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

**3 p** **1.** Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că restul împărțirii polinomului $f = X^3 + X^2 + aX - 8 \in \mathbb{R}[X]$ la polinomul $g = X - 2 \in \mathbb{R}[X]$ este egal cu 4.

**3 p** **2.** Determinați câtul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^2 + 1 \in \mathbb{R}[X]$ la $g = X + 1 \in \mathbb{R}[X]$.

**3 p** **3.** Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că polinomul $f = X^3 - 2X^2 + aX + 5 \in \mathbb{R}[X]$ are rădăcina $x = -1$.

**3 p** **4.** Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 5X + 4 \in \mathbb{R}[X]$ și $x_1, x_2, x_3$ rădăcinile sale.
Calculați $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$.

**3 p** **5.** Fie polinomul $f = X^3 - 2X - 3 \in \mathbb{R}[X]$ și $x_1, x_2, x_3$ rădăcinile sale.
Calculați $x_1 + x_2 + x_3 - x_1x_2x_3$.

**3 p** **6.** Calculați $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$.

**3 p** **7.** Calculați $\int_1^e \ln x dx$.

**3 p** **8.** Calculați aria subgraficului funcției $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 2}$.

**3 p** **9.** Calculați $\int_2^3 \frac{1}{x^2 - 1} dx$.

**3 p** **10.** Calculați aria subgraficului funcției $f : [1, e] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

**SUBIECTUL III. (10 puncte) Scrieţi rezolvările complete.**

**2 p** **1.** Rezolvați ecuația $x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

**2 p** **2.** Determinați valorile reale ale lui $a$ pentru care polinomul $f = X^3 + 2aX^2 + 2a^2X + 5a \in \mathbb{R}[X]$ are toate rădăcinile reale.

**2 p** **3.** Calculați $\int_0^2 |x - 1| dx$.

**2 p** **4.** Determinați $a > 0$ știind că $\int_0^1 \left( \frac{1}{x+1} + \ln a \right) dx = 0$.

**2 p** **5.** Arătați că $\int_{-1}^a \left(3x^3 + 5x\right) dx \geq 0$ pentru orice număr $a \in [1, \infty)$.

**Punctaj total 100 puncte.**