Triunghiul. Perpendicularitate. Paralelism. Probleme recapitulative –2-

1. În Δ ABC, având m(<CBA)=70º şi m(<BAC)=80º se notează D piciorul înălțimii din A.
   a) Calculați m(<CAD); b) Paralela prin C la AB şi dreapta AD sunt concurente în E. Calculați m(<CEA).

2. În Δ DEF, având m(<EDF)=64º şi m(<EFD)=48º, punctul M ∈ [DF], astfel încât <DEM≡<MEF.
   a) Aflați m(<MEF); b) Dacă MA ∥ DE, A ∈ DE, calculați măsurile unghiurilor triunghiului AME ; c) Demonstrați că [AM]≡[EA]; d) Aflați valoarea de adevăr a propoziției "Punctul A este mijlocul lui [DE]".

3. Triunghiul ABC este isoscel cu vârful B, m(<CAB)=75º, iar D este mijlocul lui [AC]. a) Calculați m(<ABD); b) Dacă DQ este înălțime în Δ BAD, Q ∈ AB, aflați , m(<BDQ); d) Demonstrați că punctul D este egal depărtat de laturile unghiului <CBA.

4. Fie Δ PQR echilateral şi punctul S ∈ QR, astfel încât Q ∈ [SR], [SQ]≡[QR]. a) Demonstrați că SP ⊥ PR;
   b) Completați : în triunghiul PSR, [PQ] este........ ; c) Paralela prin R la PS intersectează dreapta PQ în punctul M. Demonstrați că QM=PQ.

5. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura 92º. Calculați măsurile unghiurilor exterioare ale triunghiului.

6. Se consideră Δ ABC şi dreptele d_1 ∥ BC (A ∈ d_1), d_2 ∥ AC (B ∈ d_2), d_3 ∥ AB (C ∈ d_3). Notăm $d_2 \cap d_3 = \{A'\}$, $d_1 \cap d_3 = \{B'\}$, $d_2 \cap d_1 = \{C'\}$. a) Demonstrați că Δ B'AC≡Δ BCA; b) Arătați că A este mijlocul lui [B'C']; c) Dacă dreptele BB' şi CC' sunt concurente în P, arătați că P este centrul de greutate al triunghiului A'B'C' şi al triunghiului ABC.

7. În Δ PQR, având m(<P)=50º şi m(<PQR)=70º se notează L punctul de intersecție a perpendicularei în Q pe PQ cu perpendiculara în R pe PR. a) Calculați m(<LRQ); b) Demonstrați că unghiurile <P şi <L sunt suplementare;c) Arătați că unghiurile <P şi <L sunt suplementare indiferent de măsurile unghiurilor Δ PQR.

8. Fie Δ ABC şi punctele A_1, A_2 astfel încât A_1, B, C, A_2 sunt coliniare (în această ordine), [A_1B]≡[AB], iar [A_2C]≡[AC]. a) Demonstrați că m(< A_1 A A_2)=90º+$\dfrac{m(<BAC)}{2}$; b) Perpendiculara din B pe A A_1 intersectează perpendiculara din C pe A A_2 în M. Ce reprezintă punctul M pentru Δ A_1 A A_2?; c) Dacă N este mijlocul lui [A_1 A_2], demonstrați că MN ⊥ A_1 A_2.

9. Se consideră Δ ABC, având m(<CBA)=40º şi m(<CAB)=130º. Mediatoarea lui [BC] taie AC în D şi AB în E.
   a) Calculați m(<DBC); b) Calculați m(<ECA); c) Demonstrați că [AD]≡[DE].

10. În Δ ABC dreptunghic, având ipotenuza [AC], se prelungeşte mediana [AM] cu segmentul [ME]≡[AM].
    a) Arătați că Δ BME ≡ Δ CMA; b) Demonstrați că BE ∥ AC; c) Demonstrați că EC ⊥ BC.