Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
”Grigore C. Moisil”
Ediţia a XXVI-a, Târgu-Mureş, 1–3 aprilie 2011
Clasa a VII-a

1. Să se determine numerele prime a şi b astfel încât numărul

$$N = a^{a+1} + b^{b+1}$$

să fie un număr prim.

Andrei Horvat-Marc

2. Să se arate că numărul

$$x = \sqrt{2^{2009} + 5^{2009} + 6^{2009}}$$

este iraţional.

Gazete Matematică 5/2010

3.Fie M un punct în interiorul unui triunghi echilateral de înăţime h. Notăm cu h_1, h_2, h_3 distanţele de la M la laturile triunghiului.

a) Demonstraţi că $h = h_1 + h_2 + h_3$.

b) Demonstraţi inegalitatea:

$$\frac{h-h_1}{h+h_1} + \frac{h-h_2}{h+h_2} + \frac{h-h_3}{h+h_3} \geq \frac{3}{2}.$$

Vasile Gînţă

4. Fie ABC un triunghi oarecare şi P un punct în planul său. Notăm cu G_A, G_B respectiv G_C centrele de greutate ale triunghiurilor PBC, PCA respectiv PAB. Fie A_1 un punct oarecare în interiorul segmentului PA. Presupunem că: A_1G_C intersectează segmentul PB în punctul B_1 situat în interiorul acestuia, B_1G_A intersectează segmentul PC în punctul C_1 situat în interiorul acestuia, C_1G_B intersectează segmentul PA în punctul A_2 situat în interiorul acestuia. Analog cu construcţia punctelor B_1, C_1, A_2 obţinem punctele $B_2 = A_2G_C \cap [PB]$, $C_2 = B_2G_A \cap [PC]$, $A_3 \in C_2G_B \cap [PA]$. Să se demonstreze că punctul A_3 coincide cu punctul A_1.

Daniel Văcăreţu

Notă *Toate subiectele sunt obligatorii.*
Timp de lucru 3 ore.