SIMULARE EXAMENUL DE BACALAUREAT
Probă scrisă la MATEMATICĂ M2– Proba E. c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele (I,II,III) sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu.La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că primul termen este egal cu 2 şi rația este $q=-\frac{1}{2}$.

5p **2.** Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=9^x+\log_2 x.$ Să se calculeze $f(2)-f\left(\frac{1}{2}\right)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{3-x}=-2$.

5p **4.** Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,2,4,6,8\}$?

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(1,1)$ şi este perpendiculară pe dreapta de ecuație $4x+2y+5=0$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC ştiind că $A(0,2),\ B(2,0),\ C(2,3)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x+my+z=-1 \\ x+y+mz=1 \\ x+y+z=0 \end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$ şi matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5p a) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care $\det A=0$.

5p b) Pentru $m=1$, să se calculeze $(A-I_3)^2$.

5p c) Pentru $m=3$, să se rezolve sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziție $x\circ y=2xy-6x-6y+21, \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p a) Să se demonstreze că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3, \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p b) Să se rezolve ecuația $x\circ x=5,\ x\in\mathbb{R}$.

5p c) Ştiind că legea de compoziție „$\circ$" este asociativă , să se calculeze $(-2011)\circ(-2010)\circ(-2009)\circ\ldots\circ(2009)\circ(2010)\circ(2011)$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^{-x}\cdot(x+1)^2$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbb{R}.$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către ∞ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\leq\frac{4}{e},\ (\forall)x\geq -1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3, & x\leq 1 \\ \ln x, & x>1 \end{cases}$

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe $(1,\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^e f(x)\,dx$.

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT
BAREM DE EVALUARE MATEMATICĂ M2
♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem

	Subiectul I (30p)	
1.	$b_2 = b_1 \cdot q \Rightarrow b_2 = -1;$ $b_3 = b_2 \cdot q \Rightarrow b_3 = \frac{1}{2};$ $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = -1$	**2p** **2p** **1p**
2.	$f(2) = 82;$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2;$ $f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right) = 80.$	**2p** **2p** **1p**
3.	$\sqrt[3]{3-x} = -2 \Rightarrow$ $3 - x = -8 \Rightarrow$ $x = 11.$	**4p** **1p**
4.	$A_5^3 - A_4^2 = 48$	**5p**
5.	$d \perp d' \Rightarrow m_d \cdot m_{d'} = -1;$ $m_d = -2;$ $m_{d'} = \frac{1}{2};$ $d' : y - 1 = \frac{1}{2} \cdot (x - 1);$ $d' : 2y - x - 1 = 0$.	**1p** **1p** **1p** **2p**
6.	$M \in [BC],\ [BM] \equiv [MC];$ $x_M = \frac{x_B + x_C}{2};\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2};$ $M\left(2, \frac{3}{2}\right);$ $AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2};$ $AM = \frac{\sqrt{17}}{2}.$	**2p** **2p** **1p**
	Subiectul II (30p)	
1.	a) $\det A = m^2 - 3m + 2;$ $m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow m \in \{1, 2\}$	**3p** **2p**

	b) $m=1 \Rightarrow A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;	**1p**
	$A-I_3=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $(A-I_3)^2=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;	**2p** **2p**
	c) $m=3 \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y+z=-1 \\ x+y+3z=1 \\ x+y+z=0 \end{cases}$;	**1p**
	$\begin{cases} x=0 \\ y=-\frac{1}{2} \\ z=\frac{1}{2} \end{cases}$	**4p**
2.	a) Demonstrarea cerinței	**5p**
	b) $x \circ x = 5 \Leftrightarrow 2(x-3)^2+3=5 \Leftrightarrow$ $(x-3)^2=1 \Leftrightarrow \lvert x-3 \rvert = 1 \Rightarrow x \in \{2,4\}$	**2p** **3p**
	c) $x \circ y = 2(x-3)(y-3)+3, \forall x, y \in \mathbb{R}$; Dacă y=3, atunci $x \circ 3 = 3, \forall x \in \mathbb{R}$; dacă x=3, atunci $3 \circ y = 3, \forall y \in \mathbb{R}$ $(-2011)\circ(-2010)\circ(-2009)\circ\ldots\circ(2009)\circ(2010)\circ(2011)=3$.	**3p** **2p**
	Subiectul III (30p)	
1.	a) $f'(x)=-e^{-x}(x+1)(x-1)$.	**5p**
	b) $y=0$ asimptotă orizontală către ∞ la graficul funcției *f*.	**5p**
	c)Demonstrarea cerinței	**5p**
2.	a)Demonstrarea cerinței	**5p**
	b) Demonstrarea cerinței	**5p**
	c) $\frac{7}{3}$	**5p**