Universitatea de Vest din Timişoara
Facultatea de Matematică şi Informatică

Inspectoratul şcolar judeţean
Caraş-Severin

Concursul interjudeţean de matematică "Traian Lalescu", Ediţia a XXV-a,

Reşiţa, 25-27 martie 2011

Clasa a V-a

1. Aflaţi suma tuturor cifrelor care apar în scrierea numerelor 1, 2, 3, $\ldots, 10^n - 1$.
2. Arătaţi că nu există niciun număr natural care să se mărească de 7 sau de 9 ori prin mutarea primei cifre la sfârşit.
3. Arătaţi că, oricum am alege 7 numere naturale nenule distincte mai mici sau egale cu 126, printre ele se vor afla două astfel încât cel mai mare dintre ele să fie mai mic sau egal cu dublul celui mai mic.

Notă: *Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru efectiv 2 ore.*

Universitatea de Vest din Timişoara
Facultatea de Matematică şi Informatică

Inspectoratul şcolar judeţean
Caraş-Severin

Concursul interjudeţean de matematică

”Traian Lalescu”, Ediţia a XXV-a,
Reşiţa, 25-27 martie 2011
Barem de corectare pentru clasa a V-a

Subiectul 1.

- Oficiu 1p
- Adaugă 0 în şir 1p
- Grupează numerele în perechi de forma $(a, 10^n - 1 - a)$ 3p
- Observă că suma cifrelor din fiecare pereche este $9n$ 3p
- Calculează numărul perechilor ca fiind $\frac{10^n}{2}$ 1p
- Suma totală este $9n\frac{10^n}{2}$ 1p

Subiectul 2.

- Oficiu 1p
- În primul caz, prima cifră este 1 .... 0,75p
- Atunci $\overline{1xy\ldots zt} \cdot 7 = \overline{xy\ldots zt1}$, deci $t = 3$ 1p
- $\overline{1xy\ldots z3} \cdot 7 = \overline{xy\ldots z31}$, deci $z = 3$ 1p
- Toate cifrele numărului căutat sunt egale cu 3 .... 1,25p
- Prima cifră a numărului este 1, deci nu există astfel de numere .. 0,5p
- În cel de-al doilea caz prima cifră este 1 .... 0,75p
- Are loc $\overline{1xy\ldots zt} \cdot 9 = \overline{xy\ldots zt1}$, deci $t = 9$ 1p
- $\overline{1xy\ldots z9} \cdot 9 = \overline{xy\ldots z91}$, deci $z = 9$ 1p

- Toate cifrele numărului căutat sunt egale cu 9 .... 1,25p
- Prima cifră a numărului este 1, deci nu există astfel de numere . . 0,5p

Subiectul 3.

- Oficiu 1p
- Împarte mulţimea $\{1, 2, \ldots, 126\}$ în submulţimi disjuncte astfel încât fiecare element al unei submulţimi să fie de cel mult 2 ori mai mare ca oricare alt element al aceleiaşi submulţimi 4p
- Submulţimile căutate sunt $\{1, 2\}$, $\{3, 4, 5, 6\}$, $\{7, \ldots, 14\}$, $\{15, \ldots 30\}$, $\{31, \ldots, 62\}$, $\{63, \ldots, 126\}$ 3p
- Oricum am alege 7 numere din mulţimea $\{1, 2, \ldots, 126\}$, cel puţin două vor fi în aceeaşi submulţime 2p