

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA
MATEMATICĂ

Etapă a II-a – 19.02.2011

Clasa a XII-a M1

Numele și Prenumele	
Școala	

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Subiectul I (50 puncte). Încercuiți răspunsul corect.

- 5 p** 1. Cât este $\int 8\sqrt[3]{x} dx, x \in \mathbb{R}$?
 A) $\sqrt[3]{x} + C$; B) $6x\sqrt[3]{x} + C$; C) $6x\sqrt{x} + C$; D) $3x^{1/3} + C$; E) $6\sqrt[3]{x} + C$.
- 5 p** 2. Cât este $\int_1^4 \frac{1}{2x} dx$?
 A) $\ln 4$; B) 1; C) 3; D) e ; E) $\ln 2$.
- 5 p** 3. Cât este $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{4x^2 + 1} dx$?
 A) $\frac{\pi}{4}$; B) 1; C) π ; D) 2; E) $\frac{\pi}{2}$.
- 5 p** 4. Cât este $\int_{-1}^1 (1+x)^4 dx$?
 A) 0; B) $\frac{32}{5}$; C) 1; D) $\frac{22}{5}$; E) $\frac{64}{5}$.
- 5 p** 5. Cât este $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$?
 A) $\frac{\pi}{3}$; B) $\frac{\pi}{4}$; C) π ; D) 2; E) $\frac{\pi}{2}$.
- 5 p** 6. Derivata funcției $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \int_1^x \sqrt{t^2 + 9} dt$ în punctul $x = -4$ este egală cu:
 A) $\sqrt{5}$; B) 5; C) 0; D) -1; E) 1.
- 5 p** 7. Pe \mathbb{R} considerăm legea de compoziție definită prin $x \bullet y = xy + 3x - 3y - 3$. Cât este $\sqrt{2} \bullet \sqrt{2}$?
 A) 3; B) 4; C) 1; D) -1; E) $\sqrt{2}$.



- 5 p** 8. Pe \mathbb{R} considerăm legea de compoziție asociativă definită prin $x * y = xy + x + y$. Cât este $3 * 4 * 5$?
A) 119; B) 113; C) 100; D) 60; E) 120.
- 5 p** 9. Pe $(0, \infty)$ considerăm legea de compoziție definită prin $x \circ y = x^{\ln \sqrt{y}}$. Elementul neutru al legii de compoziție este:
A) 1; B) 2; C) 3; D) $e + 1$; E) e^2 .
- 5 p** 10. Pe $(-1, 1)$ considerăm legea de compoziție asociativă definită prin $x \circ y = \frac{x + y}{1 + xy}$. Simetricul elementului $a = -\frac{1}{2}$ în raport cu legea de compoziție este:
A) 0; B) 1; C) $\frac{1}{3}$; D) $\frac{1}{2}$; E) $-\frac{1}{2}$.

Subiectul II (30 puncte). Scrieți rezolvările complete.

- 3 p** 1. Funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = e^x \sin x$ este o primitivă a funcției f . Calculați $f(0)$.
- 3 p** 2. Funcția F este o primitivă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x - 1|$. Calculați $F(5) - F(3)$.
- 3 p** 3. Calculați $\int_0^1 x 3^{x^2} dx$.
- 3 p** 4. Calculați $\int_0^{\pi/4} \tan^2 x dx$.
- 3 p** 5. Calculați $\int_0^{3/2} [2x] dx$, unde $[]$ reprezintă funcția *parte întreagă*.
- 3 p** 6. Arătați că $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^{2n} e^x dx = 0$.
- 3 p** 7. Demonstrați că legea de compoziție $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ este asociativă pe \mathbb{R} .
- 3 p** 8. Demonstrați că mulțimea $H = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a lui \mathbb{Z} în raport cu înmulțirea numerelor întregi.
- 3 p** 9. Demonstrați că mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} 2a & 3b \\ 5b & 4a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ este subgrup al grupului $(M_2(\mathbb{Q}), +)$.
- 3 p** 10. Determinați ordinul elementului $\hat{8}$ în grupul $(\mathbb{Z}_{12}, +)$.



Subiectul III (10 puncte). Scrieți rezolvările complete.

- | | |
|-----|--|
| 2 p | 1. Arătați că $\int_{-1/2}^{1/2} \ln \frac{1-x}{1+x} dx = 0$. |
| 2 p | 2. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x t \ln t dt}{x^2}$. |
| 2 p | 3. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$. |
| 2 p | 4. Determinați un subgrup comutativ cu 12 elemente al grupului de permutări S_7 . |
| 2 p | 5. Fie n un număr natural nenul. Demonstrați că dacă ecuația $x + x + x + x = \hat{1}$ nu are soluții în grupul $(\mathbb{Z}_n, +)$, atunci nici ecuația $x + x = \hat{1}$ nu are soluții în grupul $(\mathbb{Z}_n, +)$. |

Punctaj total 100 puncte.

