

## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

**Etapa a II-a – 19.02.2011**

### Barem de corectare și notare

**Clasa a X-a – TC + CD = 4 ore**

#### Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe (5 pct.), fie 0 pct..

- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	B	A	A	B	E	C	D	B	E

#### Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.  $(x-1)^2 = x-1$  (1 pct.),  $x=1$  verifică ecuația (1 pct.),  $x=2$  verifică ecuația (1 pct.).

2.  $\frac{2x+1}{5} = \frac{1}{5}$  (2 pct.).  $x=0$  verifică ecuația (1 pct.).

3.  $3x+1=2x$  (2 pct.),  $x=-1$  verifică ecuația (1 pct.).

4.  $3+2\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^2$  (1 pct.).  $\log_{1+\sqrt{2}}(3+2\sqrt{2}) = \log_{1+\sqrt{2}}(1+\sqrt{2})^2$  (1 pct.)  $= 2 \in \mathbb{Q}$  (1 pct.).

5.  $\Delta = -8$  (1 pct.)  $z_1 = -1 + \sqrt{2}i$  (1 pct.)  $z_2 = -1 - \sqrt{2}i$  (1 pct.).

6.  $2i = (1+i)^2$  (1 pct.).  $z_1 = 1+i$  (1 pct.).  $z_2 = -1-i$  (1 pct.).

7.  $\frac{\sqrt{3}+i}{2} = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$  (1 pct.),  $\left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^{12} = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$  (1 pct.)  $= 1$  (1 pct.).

8.  $f(x) = f(y) \Rightarrow 2x-1 = 2y-1$  (2 pct.)  $\Rightarrow x = y$ , deci funcția este injectivă (1 pct.).

9. Fie  $y \in [0, \infty)$ . Ecuația  $y = f(x) \Leftrightarrow y = 2x^2$  (1 pct.) are soluțiile  $x = \pm \sqrt{y/2} \in \mathbb{R}$ , deci funcția este surjectivă (2 pct.).

10. Fie  $y \in (1, \infty)$ . Ecuația  $y = f(x) \Leftrightarrow y = 2^x + 1$  (1 pct.) are soluția unică

$x = \log_2(y-1) \in \mathbb{R}$ , deci funcția este inversabilă (1 pct.). Inversa este

$f^{-1}: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f^{-1}(y) = \log_2(y-1)$  (1 pct.).



### Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. Funcția  $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt[3]{3x+5}$  este strict crescătoare pe  $[-3, \infty)$  (1 pct.), deci este injectivă. Ecuația  $f(x) = f(1)$  are unica soluție 1 (1 pct.).

2. Ecuația este echivalentă cu  $(3^x - 1)(3^x - 2) = 0$  (1 pct.)  $x = 0$  (0,5 pct.)  $x = \log_3 2$  (0,5 pct.).

3. Fie  $a$  o rădăcină de ordinul 4 a lui  $1+i$ . Atunci rădăcinile de ordin 4 sunt  $a, ai, -a, -ai$  (1 pct.), deci suma lor este 0 (1 pct.).

4. Fie  $a, b \in \mathbb{R}, f(a) = f(b)$ . Notăm  $g = f + (f \circ f)$ .

Avem  $g(a) = f(a) + f(f(a)) = f(b) + f(f(b)) = g(b)$  (1 pct.). Cum  $g$  este injectivă, rezultă  $a = b$ , deci  $f$  este injectivă (1 pct.).

5.  $\log_3 4 = 2 \log_3 2 = \frac{2}{\log_2 3}$  (0,5 pct.). Este suficient să arătăm că  $\log_2 3 > \sqrt{2}$  (0,5 pct.)

$\Leftrightarrow 3 > 2^{\sqrt{2}}$  (0,5 pct.). Cum  $2^{\sqrt{2}} < 2^{3/2} = \sqrt{8} < 3$ , rezultă cerința (0,5 pct.).

♦ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

