EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 19.02.2011

Barem de corectare şi notare

Clasa a XI-a M2

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerinţe (5 puncte), fie 0 puncte.

- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	D	E	B	E	B	C	A	E	D

Subiectul II

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}x\left(\sqrt{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}-1\right)$ **(1 punct),** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}-1\right)=-1$ **(1 punct).**

Rezultă cerința **(1 punct).**

2. $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}$ **(2 puncte)** $=\frac{1}{4}$ **(1 punct).**

3. $\lim\limits_{x\to-\infty}2^x=0$ **(1 punct),** de unde limita este $\frac{1}{2}$ **(2 puncte).**

4. Limita la stânga este 0 **(2 puncte),** limita la dreapta este ∞ **(1 punct).**

5. $f(x)<1,\forall x>0$ **(2 puncte),** $f(x)>0,\forall x>0$ **(1 punct).**

6. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\frac{1}{3}$ **(2 puncte).** Rezultă că $y=\frac{1}{3}$ este ecuația asimptotei orizontale **(1 punct).**

7. $A^2=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ **(1 punct)** $A^3=O_3$ **(1 punct)** $A^5+A^6=O_3+O_3=O_3$ **(1 punct).**

8. $B=A^2$.**(2 puncte).** $AB-BA=A^3-A^3=O_2$.**(1 punct).** *Alternativ, prin calcul direct*

9. Determinantul este egal cu $\begin{vmatrix}1&0&0\\a&b-a&c-a\\a^2&b^2-a^2&c^2-a^2\end{vmatrix}$ **(1 punct),**

$$=(b-a)(c-a)\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ a & 1 & 1\\ a^2 & b+a & c+a\end{vmatrix}$$ **(1 punct),**de unde concluzia**(1 punct).**

10. $\det A=1$ **(1 punct),** $A^*=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$ **(1 punct)** $A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$ **(1 punct).**

Subiectul III

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

1. $2=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx+1}{\sqrt{x^2+mx+1}+x}$ **(1 puncte).** Limita este $\dfrac{m}{2}$ **(0,5 puncte),** deci $m=4$ **(0,5 puncte).**

2. Fie $a=3$. Limita este $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+5\left(\frac{1}{3}\right)^x}{1+\left(\frac{2}{3}\right)^x}=1$ **(1 punct).** Dacă $a<3$, limita este 0 **(0,5 puncte),** dacă $a>3$, limita este ∞ **(0,5 puncte).**

3. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$, deci dreapta $y=1$ este asimptotă orizontală la $+\infty$ **(1 punct).** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$, deci dreapta $y=-1$ este asimptotă orizontală la $-\infty$ **(1 punct).** Funcția nu are asimptote verticale, deoarece este continuă pe $\mathbb{R}$.

4. Fie $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$. Rezultă $a^2+bc=d^2+bc=1, b(a+d)=0, c(a+d)=2$ **(0,5 puncte).** Din ultimele două ecuații rezultă $a\neq -d, b=0$ **(0,5 puncte).** Rezultă $a=d=c=1$ sau $a=d=c=-1$ **(0,5 puncte).** Soluțiile sunt $\pm\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ **(0,5 puncte).**

5. Determinantul este egal cu $\begin{vmatrix}x^2+3 & x^2+3 & x^2+3\\ 2 & x^2 & 1\\ 1 & 2 & x^2\end{vmatrix}$ **(0,5 puncte)** $=(x^2+3)\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & x^2 & 1\\ 1 & 2 & x^2\end{vmatrix}$ **(0,5 puncte)** $=(x^2+3)(x^4-3x^2+3)$ **(0,5 puncte).** Finalizare **(0,5 puncte).**

- **Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.**