EVALUARE ÎN EDUCAŢIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 19.02.2011

Barem de corectare şi notare

Clasa a XII-a M1

Subiectul I

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerinţe (5 puncte), fie 0 puncte.

- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	E	A	B	E	B	D	A	E	D

Subiectul II

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**

1. $f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$ **(2 puncte),** $f(0)=1$ **(1 punct).**

2. $\int_3^5 f(x)dx=\int_3^5(x-1)dx$ **(1 punct)** $=\left.\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right|_3^5$ **(1 punct).** $=6$ **(1 punct).**

3. $\int_0^1 x3^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int_0^1 3^t dt$ **(1 punct)** $=\left.\frac{3^t}{2\ln 3}\right|_0^1$ **(1 punct),** $=\frac{1}{\ln 3}$ **(1 punct).**

4. $\int_0^{\pi/4}\mathrm{tg}^2 x dx=\int_0^{\pi/4}\left(\mathrm{tg}^2 x+1-1\right)dx$ **(1 punct)** $=\mathrm{tg}\,x\Big|_0^{\pi/4}-\frac{\pi}{4}$ **(1 punct)** $=1-\frac{\pi}{4}$ **(1 punct).**

5. Integrala este $\int_0^{1/2}0dx+\int_{1/2}^1 1dx+\int_1^{3/2}2dx$ **(2 puncte)** $=\frac{3}{2}$ **(1 punct).**

6. $0\le\int_0^1 x^{2n}e^x dx\le e\int_0^1 x^{2n}dx$ **(1 punct).** $\Rightarrow 0\le\int_0^1 x^{2n}e^x dx\le\frac{e}{2n+1},\forall n>0$ **(1 punct).** Limita cerută este 0**(1 punct).**

7. $(x\circ y)\circ z=\sqrt[3]{x^3+y^3+z^3}$ **(1 punct).** $x\circ(y\circ z)=\sqrt[3]{x^3+y^3+z^3}$ **(1 punct).** Finalizare **(1 punct).**

8. Fie $a=3k+1, b=3l+1\in H$, unde $k,l\in\mathbb{Z}$ **(1 punct).** $ab=3(3kl+k+l)+1$ **(1 punct).** $ab\in H$, deoarece $3kl+k+l\in\mathbb{Z}$ **(1 punct).**

9. Fie $U,V\in G$. Există $a,b,c,d\in\mathbb{Q}, U=\begin{pmatrix}2a & 3b\\ 5b & 4a\end{pmatrix}, V=\begin{pmatrix}2c & 3d\\ 5d & 4c\end{pmatrix}$ **(1 punct)** și $U-V=\begin{pmatrix}2(a-c) & 3(b-d)\\ 5(b-d) & 4(a-c)\end{pmatrix}\in G$, deoarece $a-c, b-d\in\mathbb{Q}$. Rezultă că G este subgrup **(2 puncte).**

10. $\hat{8}\neq\hat{0},\hat{8}+\hat{8}\neq\hat{0}$, **(1 punct).** $\hat{8}+\hat{8}+\hat{8}=\hat{0}$ **(1 punct).** Ordinul este egal cu 3 **(1 punct).**

Subiectul III

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

1. Funcția $f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}, x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ este impară **(1 punct).** Integrala este egală cu 0 **(1 punct).**

2. Aplicând L'Hospital rezultă $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\ln x}{2x}$ **(1 punct)** $=\infty$ **(1 punct).**

3. $\frac{1}{2}\cdot\frac{x^n+x^{n+1}}{1+x}\leq\frac{x^n}{1+x}\leq\frac{1}{2}\cdot\frac{x^n+x^{n-1}}{1+x}$ **(1 punct)** Intregrând obținem $\frac{n}{2(n+1)}\leq n\int_0^1\frac{x^n}{1+x}dx\leq\frac{1}{2}$ **(0,5 puncte).** Rezultă că limita este $\frac{1}{2}$ **(1 punct).**

4. Fie $\sigma=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7\\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 7 & 5\end{pmatrix}=(1234)\cdot(567)$ **(1 punct).** Ordinul lui $\sigma\in S_7$ este 12 **(0,5 puncte),** deci mulțimea puterilor ale lui σ este subgrup cu 12 elemente **(0,5 puncte).**

5. Deoarece ecuația $\hat{4}x=\hat{1}$ nu are soluții, rezultă că $\hat{4}$ nu este element inversabil în $(\mathbb{Z}_n,\cdot)$ **(0,5 puncte).** Rezultă $(n,4)>1$ **(0,5 puncte).** Cum n este par, $\hat{2}$ nu este inversabil în $(\mathbb{Z}_n,\cdot)$ **(0,5 puncte).** Atunci $\hat{2}x=\hat{1}$ nu are soluții în $(\mathbb{Z}_n,+)$ **(0,5 puncte).**

♦ **Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.**