INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 12.02.2011 -

CLASA A ..V..-A
SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Subiectul 1. Calculaţi suma tuturor numerelor naturale care prin împărţire la 5 dau câtul şi restul numere consecutive.

* * *

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
Câtul c şi restul $c+1$; $n=5c+c+1$ unde $c+1<5$; $n=6c+1$ şi $c<4$	2p
Numerele sunt: 1, 7, 13, 19	1p
Câtul c şi restul $c-1$; $n=5c+c-1$ unde $c-1<5$; $n=6c-1$ şi $c<6$	2p
Numerele sunt: 5, 11, 17, 23, 29	1p
Suma este 125	1p

Subiectul 2. Determinaţi numărul $\overline{abc}$ cu proprietatea $7^a+5^b+4^c=175$.

Gazeta Matematică 2/2010

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$7^a, 5^b, 175$ numere impare implică 4^c număr impar	2p
4^c număr impar implică $c=0$	1p
Relaţia devine $7^a+5^b=174$	1p
$a\geq 3 \Rightarrow 7^a \geq 343$ de unde $a\in\{1;2\}$	1p
Pentru $a=1$ nu avem soluţie	1p
Pentru $a=2$ obţinem $b=3$	1p

Subiectul 3. Se dau mulțimile: $A=\left\{x=2^{4n+3}+5^{n+1}-1 \mid n\in \mathbf{N}\right\}$ și $B=\left\{y=4^{n} \mid n\in \mathbf{N}\right\}$. Calculați $A\cap B$ justificând răspunsul dat.

Ion Cicu

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$4^n=\left(2^2\right)^n=\left(2^n\right)^2$, așadar 4^n este pătrat perfect	3p
Cifra unităților lui x este 2 implică x nu este pătrat perfect	3p
$A\cap B=\varnothing$	1p

Subiectul 4. Câte perechi de numere naturale (m,n) există, astfel încât $m+n=2011$ și câtul împărțirii cu rest a lui m la n este 3.

Dorela Făiniș

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$m=3n+r$, cu $0\le r<n$	1p
Relația din enunț devine $4n+r=2011$	1p
Din $0\le r<n$ obținem $4n\le 4n+r<5n$	1p
Din $4n\le 4n+r$ rezultă $4n\le 2011$, de unde $n\le 502$	1p
Din $4n+r<5n$ rezultă $2011<5n$, de unde $n\ge 403$	1p
Din $403\le n\le 502$ rezultă numărul valorilor lui n este $502-403+1=100$	1p
Numărul perechilor este 100	1p