INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 12.02.2011 -

CLASA a VI-a
SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Subiectul 1. Găsiţi cel mai mare număr natural de trei cifre ştiind că dacă îl împărţim la 15 sau la 33 obţinem de fiecare dată acelaşi rest.

* * *

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$N=15n+r$, $r\le 14$, $N=33m+r$, $r\le 32$ implică $N-r$ cu $r\le 14$ este multiplu comun pentru 15 şi 33	2 p
$[15,33]=165$	1p
$N-r=165k\le 999$ de unde $k\le 6$	1p
N cel mai mare număr natural de trei cifre conduce la $k=6$	1p
$N=165\cdot 6+r=990+r$	1p
$N=999$	1p

Subiectul 2. Fie $\widehat{MON}$ un unghi cu măsura de 90^0 şi A, O, B puncte coliniare astfel încât $O\in(AB)$. Dacă $(OE$ este bisectoarea unghiului AOM şi $(OF$ este bisectoarea unghiului BON, arătaţi că $m(\widehat{EOF})\in\{45^0;135^0\}$

Gazeta Matematică 1/2010

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
Analizăm cazurile 1. $(OA\in Int(\widehat{MON})$ sau $(OB\in Int(\widehat{MON})$; 2. $(OM\in Int(\widehat{AON})$; 3. $(OM\in Int(\widehat{BON})$	1p
În cazul 1 obţinem $m(\widehat{EOF})=135^0$	2p
În cazul 2 obţinem $m(\widehat{EOF})=135^0$	2p
În cazul 3 obţinem $m(\widehat{EOF})=45^0$	2p

Subiectul 3. Determinați numerele prime *a, b, c* știind că $15a+6b+5c=150$.

Ion Cicu

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$15a$, $5c$, și 150 se divid cu 5 implică $6b$ se divide cu 5	1p
5 este prim cu 6, atunci 5 divide b	1p
5 divide b și b număr prim implică $b = 5$	1p
Relația din enunț devine $15a+5c=120$ adică $3a+c=24$	1p
$3a$ și 24 se divid cu 3 implică c se divide cu 3	1p
3 divide c și c număr prim implică $c = 3$	1p
Din $3a+3=24$ obținem $a=7$	1p

Subiectul 4. Arătați că fracția $\frac{30k+11}{42k+19}$ este ireductibilă pentru orice k număr natural.

Elefterie Petrescu

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
Fie d un divizor comun pentru $30k + 11$ și $42k + 19$	1p
Din $d\|210k+77$ și $d\|210k+95$ rezultă $d\|18$, adică $d \in \{1;2;3;6;9;18\}$	3p
$30k + 11$ și $42k + 19$ sunt numere impare rezultă $d \notin \{2;6;18\}$	1p
$30k + 11$ și $42k + 19$ nu se divid cu 3 implică $d \notin \{3;9\}$	1p
Rămâne numai $d = 1$, așadar fracția este ireductibilă	1p