INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ȘI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA
12 .02.2011

CLASA a V-a

1. Se da șirul de numere naturale : 1, 7, 13, 19, 25,....
   a) Să se afle al 2011-lea termen din acest șir.
   b) Să se calculeze suma primelor 1000 de numere din acest șir.

2. Determinați ultimele cinci cifre ale numărului :
   $3 \cdot 5^{2n+5} + 5^{2n+4}$

3. Fie mulțimea de numere naturale consecutive:
   A={1006, 1007, 1008, ... , 3016}
   a) Aflați cardinalul mulțimii A;
   b) Arătați că suma elementelor din A este un pătrat perfect;
   c) Toate elementele mulțimii A se împart la 8. Calculați suma resturilor obținute.

4. Numărul natural a se împarte la numărul natural b și se obține câtul c și restul 9. Numărul c se împarte la 9 și se obține câtul 110 și restul 2. Aflați valorile mai mici decât 2011 pe care le poate avea numărul a.

<u>*Notă :*</u> *Toate subiectele sunt obligatorii,*
Timp de lucru : 2 ore
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

BAREM DE NOTARE – CLASA a V-a

1. a)
   - scrierea termenilor sub forma 6k+1 ....2p
   - determinarea termenului 2011. ....2p

   b)
   - scrierea sumei 1p
   - asocierea convenabilă a termenilor...................1p
   - finalizare 1p

2. Factorul comun 2p
   Determinarea numărului de zerouri............................3p
   Finalizare: 2p

3. a) card A=2011.. 1p
   b) S= 2011^2 ....3p
   c) Gruparea termenilor în grupe de câte 8.................2p
   Finalizare : S=7041...1p

4. Scrierea lui a , cu condiția b>9.................................2p
   Scrierea lui c..1p
   Determinarea lui c...1p
   Rezolvarea inecuației..2p
   Finalizare..1p

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN ILFOV

MINISTERUL
EDUCAȚIEI
CERCETĂRII
TINERETULUI
ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA
12 .02.2011

CLASA a VI-a

1. Aflaţi numerele naturale nenule a şi b ştiind că $(a,b)=10$ şi $3a+5b=180$.

2. Se dă mulţimea $A=\{y \in \mathbf{N} \mid 2^x \leq y \leq 2^{x+1},\ x \in \mathbf{N}^*\}$

   a) Să se determine x, ştiind că elementul din mijloc al mulţimii A este 1536.
   b) Să se afle suma elementelor mulţimii A, pentru x determinat la cerinţa a).

3. Complementul unui unghi u este o zecime din suplementul său. Complementul suplementului unui unghi v este o zecime din v. Să se arate că unghiurile u şi v sunt suplementare.

4. În triunghiul echilateral ABC punctele M şi N se află pe latura (BC), astfel încât $[BM]\equiv[MN]\equiv[NC]$.
   a) Arătaţi că (AD este bisectoarea unghiului BAC, $D\in(BC)$, dacă şi numai dacă D este mijlocul lui [MN].
   b) Demonstraţi că $\Delta BAN\equiv\Delta CAM$.

<u>*Notă :*</u> *Toate subiectele sunt obligatorii,*
Timp de lucru : 2 ore
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

BAREM DE NOTARE – CLASA a VI-a

1. Scrierea numerelor a și b în funcție de c.m.m.d.c....................3p
   Rezolvarea ecuației obținute....................3p
   Finalizare....................1p

2. a)
   - determinarea cardA....................2p
   - găsirea lui x....................2p
   b)....................3p

3. Aflarea lui u....................3p
   Aflarea lui v....................3p
   Finalizare....................1p

4. a) Implicația directă....................3p
   Reciproca....................2p
   b)....................2p

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ȘI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA
12 .02.2011

CLASA a VII-a

1. a) Arătați că pentru orice număr natural nenul n, are loc egalitatea:

$$\frac{2}{n(n+2)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$$

b) Determinați $n\in\mathbf{N}$ astfel încât $n^2 < a < (n+1)^2$, unde

$$a=2011\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\ldots+\frac{1}{2009\cdot 2011}\right)$$

2. Să se afle media aritmetică a numerelor A și B, unde :

$$A=\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{3}\right)+\left(1+\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(1+\frac{1}{2011}\right)$$

$$B=\frac{1}{1+\frac{1}{1}}+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+\ldots+\frac{1}{1+\frac{1}{2010}}$$

3. Arătați că triunghiul cu laturile a, b, c este echilateral în fiecare din cazurile:

a)

$$a=2\sqrt{1}\cdot 3\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{3},b=\sqrt{3456},c=\left|10\sqrt{6}+31\right|-\left|8\sqrt{6}-20\right|+\left|6\sqrt{6}-11\right|$$

b) $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$.

4. Se dă triunghiul ABC dreptunghic în A. Punctul D este simetricul lui A față de BC, F este simetricul lui D față de AC și G este simetricul lui D față de AB.

a) Să se arate că punctele F, A și G sunt coliniare;

b) Dacă $BC\cap DG=\{P\}$, demonstrați că P este simetricul lui C față de AD.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii,
Timp de lucru : 2 ore
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

BAREM DE NOTARE – CLASA a VII-a

1. a) 1p
   b) Determinarea lui a.....................3p
      Determinarea lui n....................3p

2. Determinarea lui A...........................2p
   Determinarea lui B...........................2p
   Aflarea sumei A+B..........................2p
   Finalizare...1p

3. a)..4p
   b)..3p

4. Figura 1p
   a)..4p
   b)..2p

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ȘI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICA- FAZA LOCALA
12 .02.2011

CLASA a VIII-a

1. a) Restrângeți sub forma unui pătrat expresia :

$$3x + y + 4 - 4\sqrt{3x + y}$$

b) Determinați numerele întregi a și b pentru care :

$$a + 3b + 12 = 2\sqrt{a + 2b} + 6\sqrt{b + 2}$$

2. Se consideră expresia :

$$A(x) = \left(\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 4} + \frac{4x^2}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8}\right) \cdot \left(\frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6}\right)^{-1} + 14$$

Stabiliți dacă $\sqrt{A(2011)} \in N$

3. Se dă trapezul ABCD dreptunghic în A, cu baza mare AD, AC=AD și lungimea lui BC jumătate din lungimea lui CD. Fie M un punct exterior planului (ABC), astfel încât (MAB)∩(MCD)=MQ, unde MQ este perpendiculară pe planul (ABC). Dacă AB=MQ=12cm , calculați aria triunghiului MCD și d(M, AD).

4. În interiorul unui cub cu muchia de 13cm se găsește un punct P cu proprietatea că distanțele de la P la cele șase fețe ale cubului sunt exprimate prin numere naturale consecutive. Să se afle distanța de la punctul P la cel mai apropiat vârf al cubului.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii,
Timp de lucru : 2 ore
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7p.

BAREM DE NOTARE – CLASA a VIII-a

1. a)..........3p
   b)..........4p

2. Condițiile de existență..........1p
   Aducerea la forma simplă..........4p
   Finalizarea..........2p

3. Figurile (plan și spațiu)..........2p
   Aria triunghiului..........3p
   Distanța..........2p

4. Relațiile între distanțe..........2p
   Determinarea distanțelor..........2p
   Determinarea distanței de la P la cel mai apropiat vârf..........3p