

Programa

Etapa II – 19 Februarie 2011

CLASA a II-a

- Numere naturale de la 0 la 1000: formare, scriere, citire, comparare, ordonare;
- Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0 – 100;
- Terminologie specifică: termen, sumă, cu atât mai mult, cu atât mai puțin;
- Probleme care se rezolvă printr-o operație;
- Aflarea unui termen necunoscut în cadrul unei relații de tipul $?+a = b$ sau $a + ? = b$, unde a și b sunt numere în centrul 0 – 100.

CLASA a III-a

- Numere naturale de la 0 la 1000: formare, scriere, citire, comparare, ordonare;
- Adunarea și scăderea numerelor naturale în intervalul de la 0 la 1000;
- Terminologie specifică: termen, sumă, scăzut, scăzător, cu atât mai mult, cu atât mai puțin;
- Tabla înmulțirii;
- Terminologia specifică: factor, produs, de atâtea ori mai mult, dublu, triplu;
- Tabla împărțirii dedusă din tabla înmulțirii;
- Terminologie specifică: deîmpărțit, împărțitor, de atâtea ori mai puțin, jumătate, treime, sfert;
- Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor rotunde;
- Probleme care se rezolvă prin cel mult două operații;
- Probleme de organizare a datelor în tabele.

CLASA a IV-a

- Numere naturale mai mici sau egale cu 1000000: formare, scriere, citire, comparare, ordonare, rotunjire;
- Scrierea numerelor cu cifre romane;
- Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000000;
- Înmulțirea unui număr mai mic ca 1000 cu un număr de o cifră;
- Înmulțirea unui număr mai mic ca 1000 cu un număr de două cifre;(cu utilizarea terminologiei specifice);
- Împărțirea prin cuprindere: împărțirea cu rest, relația dintre de împărțit, împărțitor, cât, condiția restului;
- Împărțirea unui număr natural mai mic decât 1000 la un număr de o cifră, cu utilizarea terminologiei specifice;
- Aflarea unui număr necunoscut în cadrul unei relații de tipul: $c \times a = b$, $c : a = b$, $? \times a < b$;
- Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor rotunde și pătrate;
- Probleme care se rezolvă prin cel mult trei operații de ordine diferite.



CLASA a V-a

• Numere naturale

- Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal; șirul numerelor naturale. Reprezentarea numerelor naturale pe axă. Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale; probleme de estimare
- Adunarea numerelor naturale; proprietăți. Scăderea numerelor naturale
- Înmulțirea numerelor naturale; proprietăți. Factor comun. Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade
- Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural; compararea puterilor care au aceeași bază sau același exponent
- Împărțirea, cu rest zero, a numerelor naturale când împărțitorul are mai mult de o cifră
- Împărțirea cu rest a numerelor naturale
- Ordinea efectuării operațiilor
- Noțiunea de divizor; noțiunea de multiplu. Divizibilitatea cu 10, 2, 5
- Media aritmetică a două numere naturale
- Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor naturale
- Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și al inecuațiilor și probleme de organizare a datelor

• Mulțimi

- Mulțimi: descriere și notații; element, relația dintre element și mulțime (relația de apartenență)
- Relația între două mulțimi (relația de incluziune); submulțime
- Mulțimile \mathbb{N} și \mathbb{N}^*
- Operații cu mulțimi: intersecție, reuniune, diferență
- Exemple de mulțimi finite; exemple de mulțimi infinite

• Numere raționale mai mari sau egale cu 0, \mathbb{Q}_+

Fracții ordinare

- Fracții echiunitare, subunitare, supraunitare
- Aflarea unei fracții dintr-un număr natural; procent
- Fracții echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor
- Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

CLASA a VI-a

ALGEBRĂ

• Mulțimea numerelor naturale

- Operații cu numere naturale; reguli de calcul cu puteri
- Divizor, multiplu. Criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3, 9
- Numere prime și numere compuse
- Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime
- Proprietăți ale relației de divizibilitate în \mathbb{N} : $a|a, \forall a \in \mathbb{N}; a|b$ și $b|a \Rightarrow a=b, \forall a, b \in \mathbb{N};$
 $a|b$ și $b|c \Rightarrow a|c, \forall a, b, c \in \mathbb{N}; a|b \Rightarrow a|k \cdot b, \forall a, b, k \in \mathbb{N}; a|b$ și $a|c \Rightarrow a|(b \pm c),$
 $\forall a, b, c \in \mathbb{N}$



- Divizori comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.d.c.; numere prime între ele
 - Multipli comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.m.c.; relația dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.
 - Probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea
- **Mulțimea numerelor raționale pozitive.**
 - Frații echivalente; fracție ireductibilă; noțiunea de număr rațional; forme de scriere a unui număr rațional; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$
 - Adunarea numerelor raționale pozitive; scăderea numerelor raționale pozitive
 - Înmulțirea numerelor raționale pozitive
 - Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr rațional pozitiv; reguli de calcul cu puteri
 - Împărțirea numerelor raționale pozitive
 - Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive
 - Media aritmetică ponderată a unor numere raționale pozitive
 - Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor raționale pozitive
 - Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

GEOMETRIE

- **Dreapta**

- Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notații)
- Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă; puncte coliniare; “prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una”
- Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele
- Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment
- Segmente congruente; mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un punct; construcția unui segment congruent cu un segment dat

- **Unghiuri**

- Definiție, notații, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi; unghi nul, unghi cu laturile în prelungire
- Măsurarea unghiurilor cu raportorul; unghiuri congruente; unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz
- Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale. Unghiuri suplimentare, unghiuri complementare
- Unghiuri adiacente; bisectoarea unui unghi
- Unghiuri opuse la vârf, congruența lor; unghiuri formate în jurul unui punct, suma măsurilor lor

- **Congruența triunghiurilor**

- Triunghi: definiție, elemente; clasificarea triunghiurilor; perimetrul triunghiului
- Construcția triunghiurilor: cazurile LUL, ULU, LLL. Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL



- Metoda triunghiurilor congruente (introducerea noțiunilor de: axiomă, teoremă directă, ipoteză, concluzie, demonstrație, teoremă reciprocă)

- **Perpendicularitate**

- Drepte perpendiculare (definiție, notație, construcție cu echerul); oblice; distanța de la un punct la o dreaptă. Înălțimea în triunghi (definiție, desen). Concurența înălțimilor într-un triunghi (fără demonstrație)
- Criteriile de congruență ale triunghiurilor dreptunghice: IC, IU, CC, CU

CLASA a VII-a

ALGEBRĂ

- **Mulțimea numerelor raționale**

- Mulțimea numerelor raționale \mathbb{Q} ; reprezentarea pe axa numerelor, opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul); $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
- Operații cu numerelor raționale, proprietăți
- Compararea și ordonarea numerelor raționale
- Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor
- Ecuații în mulțimea numerelor raționale
- Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

- **Mulțimea numerelor reale**

- Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect
- Algoritm de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări
- Exemple de numere iraționale; mulțimea numerelor reale \mathbb{R} ; modulul unui număr real: definiție, proprietăți; compararea și ordonarea numerelor reale; reprezentarea numerelor reale pe axă prin aproximări; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- Reguli de calcul cu radicali: scoaterea factorilor de sub radical, introducerea factorilor sub radical, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, unde $a \geq 0, b \geq 0$ și $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a:b}$, unde $a \geq 0, b > 0$
- Operații cu numere reale (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere)
- Media geometrică a două numere reale pozitive

- **Calcul algebric**

- Calcule cu numere reale reprezentate prin litere: adunare/scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere, reducerea termenilor asemenea

GEOMETRIE

- **Patrulater**

- Patrulater convex (definiție, desen)
- Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex
- Paralelogram; proprietăți
- Paralelograme particulare: dreptunghi, romb și pătrat; proprietăți
- Trapez, clasificare; trapez isoscel, proprietăți
 - Arii (triunghiuri, patrulater)



- **Asemănarea triunghiurilor**

- Segmente proporționale
- Teorema paralelelor echidistante. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales
- Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi
- Linia mijlocie în trapez; proprietăți

CLASA a VIII-a

ALGEBRĂ

- **Numere reale**

- **N Ț Z Ț Q Ț R** Forme de scriere a unui număr real.
- Reprezentare pe axă. Aproximări. Valoarea absolută a unui număr real. Intervale.
- Operații cu numere reale de forma $a\sqrt{b}$, $b > 0$, (adunarea, scăderea, înmulțirea, ridicarea la putere, împărțirea).
- Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$, $a \pm \sqrt{b}$, $a, b \in \mathbf{N}$
- Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg.
- Formule de calcul prescurtat:
 - $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$;
 - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$;
 - $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$.
- Descompuneri în factori.
- Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații cu acestea (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere).

GEOMETRIE

- **Relații între puncte, drepte și plane**

- Corpuri geometrice cunoscute: cub, paralelipiped dreptunghic (cuboid), piramidă, cilindru, con, sferă (descriere, reprezentare în plan, desfășurare; prezentarea corpurilor rotunde drept corpuri de rotație).
- Puncte, drepte, plane: convenții de desen și notație.
- Determinarea dreptei; determinarea planului.
- Tetraedrul. Piramida.
- Poziții relative a două drepte în spațiu (exemplificare mai întâi pe corpurile studiate); axioma paralelelor; relația de paralelism în spațiu.
- Unghiuri cu laturile respectiv paralele (fără demonstrație); unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare.
- Poziții relative ale unei drepte față de un plan..
- Dreapta perpendiculară pe un plan; distanța de la un punct la un plan; înălțimea piramidei.
- Poziții relative a două plane.



- Plane paralele; distanța dintre două plane paralele.
 - Prisma; înălțimea prisme; prismă dreaptă.
 - Secțiuni paralele cu baza în corpurile studiate; trunchiul de piramidă.
- **Proiecții ortogonale pe un plan**
 - Proiecții de puncte, drepte, segmente.
 - Unghiul unei drepte cu un plan; lungimea proiecției unui segment.
 - Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanței de la un punct la o dreaptă.
 - Unghi diedru; unghi plan corespunzător diedrului; unghiul a două plane; plane perpendiculare.
 - Calculul unor distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor studiate.

Clasa a IX – a, TC+CD (4 ore/săptămână)

- **Mulțimi și elemente de logică matematică**
 - Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
 - Propoziție, predicat, cuantificatori.
 - Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan).
 - Tipuri de raționamente logice: inducția matematică. Probleme de numărare.
- **Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale \mathbb{N} (șiruri)**
 - Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone; exemple simple
 - Tipuri de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii.
 - Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.
- **Funcții; lecturi grafice**
 - Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, $m \in \mathbb{R}$.
 - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții
 - Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$), proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice de ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, \geq, <, >$), mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), simetria graficului față de drepte de forma $x = m, m \in \mathbb{R}$ sau față de puncte oarecare din plan, periodicitate, monotonie.



- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.
- **Funcția de gradul I**
 - Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.
 - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției. Studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau raportul $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$)
 - Inecuații de forma $ax + b < 0$ ($\leq, >, \geq$) studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale.
 - Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale
 - Sisteme de inecuații de gradul I.
- **Vectori în plan**
 - Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari.
 - Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli
- **Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană**
 - Vectorul de poziție al unui punct.
 - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
 - Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).
 - Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor.
 - Teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva.

Clasa a IX – a, TC (2 ore/săptămână)

- **Mulțimi și elemente de logică matematică**
 - Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale.
 - Propoziție, predicat, cuantificatori.
 - Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate).



- **Șiruri**
 - Modalități de a descrie un șir; exemple de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, aflarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii.
- **Funcții; lecturi grafice**
 - Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m, m \in \mathbb{R}$.
 - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice; egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții.
 - Funcții numerice $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; proprietăți ale funcțiilor numerice prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, rezolvarea grafică a ecuațiilor de forma $f(x) = g(x)$, mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate, monotonie.
- **Funcția de gradul I**
 - Definiție;
 - Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$;
 - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției.
 - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe \mathbb{R} .
 - Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, a, b, c, m, n, p \text{ numere reale}$$
- **Funcția de gradul al II-lea**
 - Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m, m \in \mathbb{R}$.
 - Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma
$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases} \text{ cu } s, p \in \mathbb{R}.$$



Clasa a X – a, TC+CD (4 ore/săptămână)

Mulțimi de numere

- **Numere reale**

- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional, proprietăți ale radicalilor.
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

- **Mulțimea C**

- Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
- Rezolvarea în C a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.
- Numere complexe sub formă trigonometrică (coordonate polare în plan), înmulțirea numerelor complexe și interpretare geometrică, ridicarea la putere (formula lui Moivre).
- Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome.

- **Funcții și ecuații**

- Funcția putere: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbf{D}, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$;
- Funcția radical: $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, unde $\mathbf{D} = [0, \infty)$ pentru n par și $\mathbf{D} = \mathbb{R}$ pentru n impar;
- Funcția exponențială $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = a^x, a \in (0, \infty), a \neq 1$
și funcția logaritmică $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, \infty), a \neq 1$,
creștere exponențială, creștere logaritmică;
- Funcții trigonometrice directe și inverse.
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
 1. Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice
 3. Ecuații trigonometrice:

$$\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1], \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},$$

$$\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),$$

$$\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x),$$

$$a \sin x + b \cos x = c \text{ unde } a, b, c \text{ nu sunt simultan nule.}$$



Clasa a X – a (3 ore/săptămână)

Mulțimi de numere

• Numere reale

- Proprietăți ale puterilor cu exponent întreg ale unui număr real, aproximări raționale pentru numere reale;
- Media aritmetică, media ponderată, media geometrică, media armonică;
- Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor;
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

• Funcții și ecuații

- Funcția putere: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$
- Funcția radical: $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n = 2, 3$, unde $\mathbf{D} = [0, \infty)$ pentru n par și $\mathbf{D} = \mathbb{R}$ pentru n impar;
- Funcția exponențială $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = a^x, a \in (0, \infty), a \neq 1$

și funcția logaritmică $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, \infty), a \neq 1$,

creștere exponențială, creștere logaritmică;

- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate;
- Funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă;
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:

-Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;

-Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice de forma:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}, \log_a f(x) = b, a > 0, a \neq 1, a, b \in \mathbb{R},$$

utilizarea unor substituții care conduc la rezolvarea de ecuații algebrice;

- Rezolvarea unor probleme care pot fi modelate cu ajutorul ecuațiilor.

Clasa a XI – a, M1 (4 ore/săptămână)

Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

• Permutări

- Noțiunea de permutare, operații, proprietăți.
- Inversiuni, semnul unei permutări.

• Matrice

- Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice.
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți.



- **Determinanți**
 - Determinant de ordin n , proprietăți.
 - Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.
- **Sisteme de ecuații liniare**
 - Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C}), n \leq 4$.
 - Ecuații matriceale.
 - Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice.
 - Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouché, metoda Gauss.
- **Elemente de analiză matematică**
 - Limite de funcții
 - Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$.
 - Funcții reale de variabilă reală : funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse.
 - Limita unui șir utilizând vecinătăți, proprietăți.
 - Șiruri convergente: intuitiv, comportarea valorilor unei funcții cu grafic continuu când argumentul se apropie de o valoare dată, șiruri convergente: exemple semnificative $(a^n)_{n \geq 1}, (n^a)_{n \geq 1}, \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ (fără demonstrație), operații cu șiruri convergente, convergența șirurilor utilizând proprietatea Weierstrass. Numărul e ; limita șirului $\left((1 + u_n)^{1/u_n}\right)_{n \geq 1}, u_n \rightarrow 0$.
 - Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale.
 - Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții : $0/0, \infty/\infty, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$.
 - Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice.

Clasa a XI – a, M2 (3 ore/săptămână)

Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

- **Matrice**
 - Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice
 - Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.
- **Determinanți**
 - Determinantul unei matrice pătrate de ordin cel mult 3, proprietăți.
 - Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și



coliniaritatea a trei puncte în plan.

- **Sisteme de ecuații liniare**

- Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C})$, $n = 2, 3$.
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem linear.
- Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

Elemente de analiză matematică

- **Limite de funcții**

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$.
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2.
- Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $0/0$, ∞/∞ , $0 \cdot \infty$.
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

Clasa a XII – a, M1 (4 ore/săptămână)

Elemente de algebră

- **Grupuri**

- Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă.
- Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, \mathbb{Z}_n .
- Morfism, izomorfism de grupuri.
- Subgrup.
- Grup finit, tabla operației, ordinul unui element.

- **Inele și corpuri**

- Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n , inele de matrice, inele de funcții reale.
- Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_p , p prim, corpuri de matrice.
- Morfisme de inele și de corpuri.

- **Elemente de analiză matematică**

- Probleme care conduc la noțiunea de integrală.

- **Primitive (antiderivate).**

- Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite: liniaritate. Primitive uzuale.



- **Integrala definită**

- Diviziuni ale unui interval $[a, b]$, norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare. Sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval $[a, b]$.
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare. Integrabilitatea funcțiilor continue.
- Teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue.
- Formula Leibniz - Newton.
- Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă.

Clasa a XII-a, M2 (3 ore/săptămână)

Elemente de algebră

- **Grupuri**

- Lege de compoziție internă, tabla operației.
- Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, \mathbb{Z}_n .
- Morfism și izomorfism de grupuri.

- **Elemente de analiză matematică**

- Probleme care conduc la noțiunea de integrală.

- **Primitive (antiderivate)**

- Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale.

- **Integrala definită**

- Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz – Newton.
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.
- Metode de calcul ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă.

