



INSPECTORATUL SCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
ȘCOALA CU CLASELE I-VIII, NR. 56 - JOSSE MARTI - BUCUREȘTI
Concursul Interjudețean de Matematică al Școlii cu clasele I-VIII nr. 56 "Josse Marti"
Ediția a X-a, 22.01.2011
Clasa a VII-a

- I. Fie a și b două numere întregi. Se consideră numerele $M = 2a + 5b$ și $N = 3a + 2b$. Arătați că M se divide cu 11 dacă și numai dacă N se divide cu 11.
- II. Se consideră rombul $ABCD$. Punctele E și F sunt situate pe laturile (AD) și respectiv (DC) astfel încât $[AE] \equiv [DF]$. Dacă dreptele BE și AF sunt perpendiculare, demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este pătrat.
- III. Determinați cel mai mare număr natural de forma \overline{abcd} , scris în baza 10, știind că $\overline{abcd} = (a+1) \cdot \overline{bcd} + \overline{a56}$.
- IV. Se consideră triunghiul ABC , $m(\sphericalangle BCA) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ$. Perpendiculara în B pe bisectoarea unghiului ABC intersectează bisectoarea unghiului BCA în punctul E . Determinați măsura unghiului AEB .

SUCCES!

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
- Timp de lucru efectiv : 3 ore.



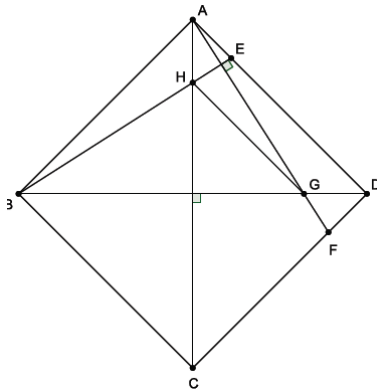
Soluții și bareme

I. Numărul $P = 11a + 11b$ se divide cu 11.2p
 Numărul M se divide cu 11 dacă și numai dacă numărul

$P - M = 9a + 6b = 3 \cdot (3a + 2b) = 3 \cdot N$ se divide cu 11..... 3p

Cum numerele 11 și 3 sunt prime între ele, înseamnă că este necesar și
 suficient ca N să se dividă cu 11.....2p

II. Fie $\{G\} = AF \cap BD$ și $\{H\} = BE \cap AC$.



Deoarece diagonalele unui romb sunt perpendiculare,
 rezultă că punctul H este ortocentrul triunghiului GAB .

Deci $GH \perp AB$ 2p

E suficient să arătăm că $GH \parallel AD$

Avem $\triangle FDG \sim \triangle ABG$, deci $\frac{DG}{GB} = \frac{DF}{AB}$ 1p

și $\triangle AEH \sim \triangle CHB$, deci $\frac{EH}{HB} = \frac{AE}{BC}$ 1p

Rezultă că $\frac{DG}{GB} = \frac{EH}{HB}$ 1p

Conform reciprocei teoremei lui Thales aplicată în
 triunghiul BDE rezultă că $GH \parallel AD$ 2p

III. Relația din enunț se mai scrie $1000a + \overline{bcd} = a \cdot \overline{bcd} + \overline{bcd} + 100a + 56$...2p

Sau $a(900 - \overline{bcd}) = 56$ 2p

Înseamnă că a este cel mai mare divizor de o cifră al lui 56, adică 8..... 1p

Obținem $900 - \overline{bcd} = 7$, 1p

deci $\overline{bcd} = 893$ și $\overline{abcd} = 8893$1p

IV. Semidreapta BE este bisectoarea exterioară a unghiului ABC din triunghiul
 ABC ;2p

rezultă că și semidreapta AE este bisectoarea exterioară a
 unghiului BAC din triunghiul ABC ;..... 2p

Dacă I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC , atunci

$m(\widehat{BIA}) = 90^\circ + \frac{m(\widehat{ACB})}{2} = 135^\circ$ 2p

Din patrulaterul $AEBI$, obținem $m(\widehat{BEA}) = 45^\circ$ 1p

