

20 August 2010

Examen de Definitivat

1. (a) Definiti funcția injectivă.
(b) Dati un exemplu de funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care nu este injectivă.
(c) Fie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^3 + x + 2$. Aratați ca g este o funcție injectivă.
2. Fie $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$
 - (a) Definiti notiunea de funcție derivabilă într-un punct. Verificați dacă funcția f este derivabilă în punctul $x_0 = 1$.
 - (b) Calculați $\int_1^2 f(x) dx$.
 - (c) Se considera șirul $(a_n)_n$ definit astfel:
$$a_0 = 1; a_{n+1} = f(a_n) \text{ pentru orice } n \geq 0.$$
Studiați convergența șirului $(a_n)_n$.
3. (a) Enunțați *Teorema sinusurilor*.
(b) În triunghiul ABC avem relația:
$$b + a \cdot \sin(C) = c + b \cdot \sin(A)$$
Aratați că triunghiul dat este isoscel sau dreptunghic.
(c) Să se arate că în orice triunghi dreptunghic, suma catetelor este egală cu suma diametrelor cercurilor înscris și circumscris triunghiului.
4. Rolul exemplelor și contraexemplor în predare și învățare. Se cer:
 - (a) o discuție generală;
 - (b) câte o situație concretă din algebra, geometrie, respectiv analiza, în care evidențierea unor exemple și contraexempluri are un rol important în înțelegerea conceptelor.

Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.