

## EXAMEN DE DEFINITIVAT

### I. Subiect de specialitate (45 puncte)

1.

(a) Să se arate că ecuația  $x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 40 = 0$  nu are soluții în numere întregi.

(b) Să se arate că numărul  $\sqrt[3]{\sqrt{10} + 3} + \sqrt[3]{\sqrt{10} - 3}$  este irațional.

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x|x - a|$ , unde  $a$  este un parametru real.

(a) Să se arate că  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R}$  pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ .

(b) Să se arate că  $f$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$  dacă și numai dacă  $a = 0$ .

(c) Să se determine, în funcție de  $a$ , mulțimea punctelor de extrem ale funcției  $f$ .

3. Se consideră paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = a$ ,  $BC = b$  și  $AA' = c$ . Se notează cu  $\alpha, \beta, \gamma$  unghiurile pe care le formează  $A'C$  cu planele  $(ABC)$ ,  $(BCC')$  și  $(DCC')$ .

(a) Exprimați  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \beta$ ,  $\operatorname{tg} \gamma$  în funcție de  $a, b, c$ .

(b) Calculați minimumul expresiei

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \gamma}$$

și demonstrați că acest minim se atinge atunci și numai atunci când paralelipipedul este cub.

### II. Subiect de didactica specialității (45 puncte)

1. Exemplificați metoda inducției matematice în trei tipuri de probleme.

2. Intocmiți o fișă de lucru pentru o lecție la alegere din următoarele:

- Reguli de calcul cu radicali.

- Graficul funcției de gradul al doilea (intersecții cu axele, simetrie, punct de extrem).
  - Formule trigonometrice ( $\sin(a \pm b)$ ,  $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin a \pm \sin b$ ,  $\cos a \pm \cos b$ ).
- 3.** Enumerați 3 avantaje sau dezavantaje ale utilizării itemilor cu răspuns de completare în evaluarea elevilor.

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă din oficiu 10 puncte. Nota finală se calculează astfel: suma punctajelor obținute la cele două subiecte, I și II, se adună cu cele 10 puncte din oficiu și rezultatul se împarte la 10.

**Timp de lucru: 3 ore.**

Președinte de comisie: