

# Grila admitere Politehnica Cluj 2010 sesiunea iulie

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$ ,  $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{a} \cdot x_n^{1-a}$ ,  $a \geq 1$ ,  $n \geq 0$ ,  $x_0 = 1$ .

- 1**  $x_1$  este:  A -2  B 0  C  $\frac{1}{2}$   D -1  E  $1 + \frac{1}{a}$
- 2** Numărul de termeni negativi ai șirului  $(x_n)_{n \geq 0}$  este:  A 0  B 1  C 2  D 3  E  $\infty$
- 3** Șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  este:  
 A periodic  B constant  C mărginit  D descrescător  E crescător
- 4**  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  este:  A 1  B  $\infty$   C 2  D  $a$   E  $\frac{1}{a}$
- 5**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^a}{n}$  este:  A  $\infty$   B 0  C 1  D  $a + 1$   E  $2a$

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cdot e^x$ .

- 6**  $f(0)$  este:  A 0  B 1  C  $e$   D  $2e$   E 2
- 7**  $f'(0)$  este:  A -1  B  $e$   C 2  D 1  E 0
- 8**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  este:  A 0  B  $\infty$   C  $-\infty$   D  $e$   E 1
- 9** Numărul punctelor de extrem ale funcției  $f$  este:  
 A 0  B 1  C 2  D 3  E 4
- 10** Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are cel puțin o soluție este  
 A  $(0, \infty)$   B  $(e, \infty)$   C  $[-\frac{1}{e}, \infty)$   D  $(0, 1)$   E  $\mathbb{R}$

Fie  $I_n(a) = \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2ax + 1} dx$ ,  $n \geq 1$ ,  $a \in [0, 1)$ .

- 11**  $I_1(a)$  este:  A  $-a - 1$   B 1  C  $e$   D 0  E  $\pi$
- 12**  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(0)$  este:  A  $\frac{\pi^2}{8}$   B  $\frac{\pi}{4}$   C  $\frac{\pi^2}{2}$   D  $\pi^2$   E  $\infty$
- 13** Mulțimea soluțiilor ecuației  $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$  este:  
 A  $(\pi, \infty)$   B  $(1, \infty)$   C  $(0, \infty)$   D  $\{1\}$   E  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- 14**  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(a)$ ,  $a \in (0, 1)$  este:  A  $\frac{\pi}{4} \sqrt{1-a^2}$   B  $\frac{\pi}{4\sqrt{1-a^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$   C  $\frac{\pi}{2}$   
 D  $\frac{\pi}{4} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$   E  $\infty$

Să se calculeze:

**15**  $\int x^6 dx$ :  A  $x^5 + C$   B  $x^6 + C$   C  $\frac{x^7}{7} + C$   D  $-x^7 + C$   E  $6x^5 + C$

**16**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ :  A  $\frac{\pi}{2}$   B 0  C -1  D 1  E  $\pi$

**17**  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{x^4 + 1} dx$ :  A 1  B 0  C  $\frac{\pi}{4}$   D -1  E  $2e$

**18**  $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ :  A 0  B 1  C  $\ln 2$   D  $e$   E  $\pi$

Fie punctele din plan  $A(2a, a)$ ,  $B(4, 0)$  și  $C(0, 2)$ .

**19** Lungimea segmentului  $BC$  este:  A  $\sqrt{20}$   B 6  C 5  D 4  E  $\sqrt{24}$

**20** Ecuația dreptei  $BC$  este:  A  $x + y - 4 = 0$   B  $2x + y - 4 = 0$   
 C  $x + 2y - 4 = 0$   D  $x - 2y - 4 = 0$   E  $2x - y = 0$

**21** Valoarea parametrului  $a$  pentru care punctele  $A, B, C$  sunt coliniare este:  
 A 1  B -1  C 0  D 2  E -2

Se consideră în plan punctele  $A(3, 0)$ ,  $B(0, -5)$ ,  $C(2c, 3c)$  și dreapta  $(d) : x - y = 0$ .

**22** Valoarea parametrului  $c$  pentru care punctul  $C$  aparține dreptei  $(d)$  este:  
 A 1  B -1  C 0  D nu există  E 2

**23** Valoarea minimă a sumei  $MA + MB$  pentru  $M \in (d)$  este:  
 A 4  B 8  C 0  D 5  E 7

**24**  $\cos 0$  este:  A  $e$   B -1  C 1  D  $\frac{1}{2}$   E  $-\frac{1}{2}$

**25** Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația  $\sin x \cos x = m$  are soluție, este:  
 A  $(0, \infty)$   B  $[-1, 1]$   C  $\mathbb{R}$   D  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$   E  $(0, 1)$

**26** Numărul soluțiilor ecuației  $\sin x = \frac{1}{2}$  din intervalul  $[0, \pi]$  este:  
 A  $\infty$   B 0  C 1  D 3  E 2

**27** Numărul soluțiilor ecuației  $z^2 = \bar{z}$ ,  $z \in \mathbb{C}$ , este:  A 4  B 3  C 2  D 1  E 0

Se consideră ecuația  $x^2 - (m - 2)x + 3 - 2m = 0$ , unde  $m$  este parametru real și  $x_1, x_2$  sunt rădăcinile ecuației.

- 28** Pentru  $m = 2$ ,  $x_1$  și  $x_2$  sunt:  A  $x_1 = x_2 = 1$   B  $x_1 = -1, x_2 = 1$   
 C  $x_1 = 1, x_2 = 2$   D  $x_1 = x_2 = -1$   E  $x_1 = 1, x_2 = -2$

- 29** Suma  $x_1 + x_2$  este:  A  $-m + 2$   B  $3 - 2m$   C  $m - 2$   D  $2m - 3$   E  $0$

- 30** Mulțimea valorilor expresiei  $2(x_1 + x_2) + x_1x_2$  este:  
 A  $\{-1\}$   B  $\{0\}$   C  $[0, \infty)$   D  $[-1, \infty)$   E  $(-\infty, -1]$

- 31** Vârfulurile parabolilor asociate funcțiilor  $d_m(x) = x^2 - (m - 2)x + 3 - 2m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , se afla pe curba:  
 A  $y = x^2 - 4x + 1$   B  $y = -x^2 - 4x - 1$   C  $y = x^2 + 4x - 1$   
 D  $y = 2x^2 + 4x + 1$   E  $y = x^2 + 4x + 4$

Se consideră sistemul de ecuații liniare (S) 
$$\begin{cases} x + my + z = 1 \\ x + y = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- 32** Pentru  $m = 0$ , soluția sistemului (S) este:  
 A  $(1, 1, 1)$   B  $(0, 1, 0)$   C  $(0, 0, 1)$   D  $(1, 0, 0)$   E  $(1, 2, 3)$

- 33** Determinantul sistemului (S) este:  A  $1$   B  $m - 1$   C  $m + 1$   D  $2m$   E  $1 - m$

- 34** Pentru  $m = 1$ , numărul soluțiilor sistemului (S) care verifică egalitatea  $2^x + z = y + 3$  este:  
 A  $1$   B  $2$   C  $3$   D  $0$   E  $\infty$

Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  și fie  $A^n = \begin{pmatrix} a_n & -b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- 35**  $\det A$  este:  A  $0$   B  $4$   C  $2$   D  $-1$   E  $-4$

- 36**  $A^2$  este:  A  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$   B  $\begin{pmatrix} 2 & 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & 2 \end{pmatrix}$   C  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$   
 D  $2 \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$   E  $\begin{pmatrix} 4\sqrt{3} & -4 \\ 4 & 4\sqrt{3} \end{pmatrix}$

- 37**  $\frac{a_{20}^2 + b_{20}^2}{a_{10}^2 + b_{10}^2}$  este:  A  $2^{15}$   B  $2^5$   C  $1$   D  $2^{10}$   E  $2^{20}$

- 38** Numărul valorilor  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care  $A^n = 8I_2$  este:  
 A  $3$   B  $1$   C  $2$   D  $0$   E  $\infty$

Se consideră grupul  $(G, *)$  unde  $G = (-1, 1)$  și  $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$  și funcția  $f : G \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$ ,  $x \in (-1, 1)$ .

**39** Elementul neutru al grupului  $(G, *)$  este  A  $-\frac{1}{3}$   B  $\frac{1}{2}$   C  $-\frac{1}{2}$   D  $\frac{1}{3}$   E 0

**40** Soluția ecuației  $x * x = \frac{1}{2}$ ,  $x \in G$ , este:  
 A  $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$   B  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$   C  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$   D  $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$   E  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**41** Valoarea expresiei  $f(x * y) - f(x)f(y)$  este:  
 A  $\frac{x+y}{1-xy}$   B  $xy$   C  $\frac{xy+1}{xy-1}$   D  $\frac{xy-1}{xy+1}$   E 0

**42** Dacă  $(H, \circ)$  este un grup și  $f : G \rightarrow H$  este un izomorfism de grupuri, atunci:  
 A  $x \circ y = (x+1)(y+1)$   B  $x \circ y = x \cdot y$   C  $x \circ y = xy + x + y$   
 D  $x \circ y = x + y + 1$   E  $x \circ y = xy - x - y + 2$

**43** Numărul  $\frac{1}{2} * \frac{1}{4} * \frac{1}{6} * \dots * \frac{1}{2010}$  este:  A  $\frac{2010}{2011}$   B  $\frac{1004}{1005}$   C  $\frac{2004}{2005}$   D  $\frac{2009}{2010}$   E  $\frac{1005}{1006}$

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_3 x$ .

**44**  $f(1)$  este:  A 5  B 2  C 4  D 0  E -1

**45** Numărul valorilor  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care inecuația  $f(\frac{n}{x}) \geq 1$  are exact 3 soluții în  $\mathbb{N}^*$  este:  
 A  $\infty$   B 6  C 9  D 27  E 3

## Raspunsurile corecte

1 [redacted] E

2 A [redacted]

3 [redacted] E

4 [redacted] B [redacted]

5 [redacted] C [redacted]

6 A [redacted]

7 [redacted] D [redacted]

8 A [redacted]

9 [redacted] B [redacted]

10 [redacted] C [redacted]

11 [redacted] D [redacted]

12 A [redacted]

13 [redacted] C [redacted]

14 [redacted] B [redacted]

15 [redacted] C [redacted]

16 [redacted] D [redacted]

17 [redacted] B [redacted]

18 [redacted] C [redacted]

19 A [redacted]

20 [redacted] C [redacted]

21 A [redacted]

22 [redacted] C [redacted]

23 [redacted] B [redacted]

24 [redacted] C [redacted]

25 [redacted] D [redacted]

26 [redacted] E

27 A [redacted]

28 [redacted] B [redacted]

29 [redacted] C [redacted]

30 A [redacted]

31 [redacted] B [redacted]

32 [redacted] D [redacted]

33 [redacted] E

34 A [redacted]

35 [redacted] B [redacted]

36 [redacted] D [redacted]

37 [redacted] E

38 [redacted] D [redacted]

39 [redacted] E

40 [redacted] D [redacted]

41 [redacted] E

42 [redacted] B [redacted]

43 [redacted] E

44 [redacted] D [redacted]

45 [redacted] E