FACULTATEA DE MATEMATICĂ

Str. Academiei, nr. 14,sector 1, 010014
Tel.: 021.314.35.08

Matematică

Prima medie/ultima medie:

2009 – 9,93/5,15 (buget); 9,87/5,90 (taxă)
2008 – 9,99/5,17 (buget); 10,00/6,90 (taxă); 10,00/9,55 (ID) (sesiunea iulie); 9,23/5,51 (buget); 9,86/5,70 (taxă) (sesiunea septembrie)
2007 – 9,96/5,22 (buget); 10,00/5,39 (taxă)
2006 – 9,97/5,05 (buget); 10,00/6,51 (taxă)
2005 – 9,97/5,08 (buget); 9,92/6,05 (taxă); 10,00/7,37 (ID)
2004 – 9,93/8,83 (sesiunea iulie – buget); 7,48 (sesiunea iulie – taxă); 9,23/6,78 (sesiunea septembrie)
2003 – 9,87/6,66 (buget); 9,42/6,50 (taxă)
2002 – 9,63/8,24
2001 – 9,77/5,03
2000 – 9,35/5,00

Informatică

Prima medie/ultima medie:

2009 – 9,86/5,01 (buget); 9,23/5,20 (taxă); 10,00/7,00 (ID)
2008 – 9,94/6,18 (buget); 9,34/5,04 (taxă); 10,00/7,00 (ID) (sesiunea iulie) / 8,94/5,25 (taxă) (sesiunea septembrie);
2007 – 9,98/8,03 (buget); 9,75/5,13 (taxă); 10,00 / 7,00 (ID)
2006 – 10,00/7,35 (buget); 9,84/5,13 (taxă)
2005 – 10,00/5,74 (buget); 9,62/5,00 (taxă); 9,70/7,00 (ID)
2004 – 9,99/9,5 (sesiunea iulie – buget); 8,98/5,36 (sesiunea iulie – taxă); 9,87/5,28 (sesiunea septembrie)
2003 – 9,61/7,54 (buget); 7,52/5,25 (taxă)
2002 – 9,98/9,17
2001 – 9,86/8,74
2000 – 9,07/7,12

Matematici aplicate (specializare desființată din 2004)

Prima medie/ultima medie:

2003 – 9,87/6,66 (buget); 9,42/6,50 (taxă)
2002 – 9,10/8,23

Matematică-Mecanică (specializare desființată din 2004)

Prima medie/ultima medie:

2003 – 9,87/6,66 (buget); 9,42/6,50 (taxă)

2002 – 8,92/8,19
2001 – 8,36/5,50
2000 – 7,04/5,40

Matematică-Informatică (specializare desfiinţată din 2005)

Prima medie/ultima medie:

2004 – 10/9,05 (sesiunea iulie – buget); 9,61/7,93 (sesiunea iulie – taxă); 9,28/5,57 (sesiunea septembrie)
2003 – 9,76/7,02 (buget); 8,39/5,90 (taxă)
2002 – 9,97/8,93
2001 – 9,98/8,41
2000 – 9,14/6,94

Concurenţa în anii anteriori (toate specializările):

2009 – 2,20 candidaţi/loc (matematică); 3,05 candidaţi/loc (informatică)
2008 – 1,97 candidaţi/loc
2007 – 1,82 candidaţi/loc (matematică); 5,73 candidaţi/loc (informatică)
2006 – 2,41 candidaţi/loc (matematică); 6,45 candidaţi/loc (informatică)
2005 – 4,61 candidaţi/loc
2004 – 3,04 candidaţi/loc
2003 – 3,29 candidaţi/loc
2002 – 3,24 candidaţi/loc
2001 – 1,04 candidaţi/loc
2000 – 1,12 candidaţi/loc

SUBIECTE CONCURS DE ADMITERE
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

INFORMATICĂ

I. Algebră

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ din $\mathrm{M}_3(\mathbf{R})$.

a) Să se calculeze A^2 şi A^3.
b) Să se arate că A nu este inversabilă şi B este inversabilă. Să se calculeze B^{-1}.
c) Să se calculeze $B^n, n \in \mathrm{N}^*$.
2. Fie A mulţimea numerelor complexe de forma $a+b\mathrm{i}$, cu $a,b \in \mathrm{Z}$.
a) Să se arate că A este inel în raport cu adunarea şi înmulţirea numerelor complexe.
b) Să se determine elementele $u \in A$ cu $|u| = 1$.
c) Să se determine elementele $u \in A$ pentru care există $v \in A$ cu $uv = 1$.
d) Arătaţi că nu există $u \in A$ cu $|u|^2$=100003.

II. Analiză

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to \mathbf{R},\ f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

a) Să se studieze variația şi să se traseze graficul funcției precizând intervalele de convexitate.

b) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

2. Fie funcția $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ dată astfel:

$$g(x)=\begin{cases} 3x-2 & dac\breve{a}\, x\le 0 \\ 4x-2+\ln(x^2-x+1) & dac\breve{a}\, x>0 \end{cases}$$

a) Să se studieze derivabilitatea funcției g pe $\mathbf{R}$.

b) Să se aplice teorema lui Lagrange funcției g pe intervalul $[-1,1]$ şi să se găsească punctul intermediar din teorema lui Lagrange.

III. Geometrie

1. Fie ABC un triunghi echilateral, M un punct oarecare în interiorul triunghiului şi A_0, B_0, C_0 proiecțiile ortogonale ale lui M pe laturile $[BC]$, $[AC]$ respectiv $[AB]$.

a) Demonstrați că valoarea sumei $MA_0+MB_0+MC_0$ este independentă de alegerea punctului M.

b) Demonstrați egalitățile:

$AB_0^2+BC_0^2+CA_0^2=AC_0^2+BA_0^2+CB_0^2$,

$AB_0+BC_0+CA_0=AC_0+BA_0+CB_0$.

2. Într-un sistem cartezian xOy considerăm punctele $A(1,3)$, $B(3,4)$ şi $C(-2,9)$.

a) Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic.

b) Calculați coordonatele centrului Q al cercului circumscris triunghiului ABC.

c) Calculați coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram.

d) Pentru fiecare $m\in\mathbf{R}$ considerăm punctul $P_m(2m+3,-3+4)$. Determinați m astfel încât distanța P_mQ să fie minimă.

IV. Informatică

IV. Informatică Să se rezolve următoarele cerințe într-unul dintre limbajele de programare studiate în liceu (*Pascal/C/C++*):

a) Dându-se două cuvinte reprezentate ca şiruri de caractere peste alfabetul $\{a,...,z\}$ (litere mici, fără diacritice), să se verifice dacă unul dintre cuvinte este anagramă a celuilalt.

Un cuvânt este anagramă a altui cuvânt dacă este format din exact aceleaşi litere, aranjate într-o altă ordine. Exemplu: *caras* şi *scara*.

b) Dându-se o mulțime de n cuvinte peste alfabetul $\{a,...,z\}$, să se verifice dacă printre elementele mulțimii date există anagrame.

c) Există o soluție la punctul b) de complexitate timp $O(n\log n)$? Dacă da, dați o astfel de soluție.

Pentru fiecare soluție se va preciza argumentat complexitatea timp a algoritmilor folosiți şi se vor explica informal detaliile de implementare sub formă de program: variabile, structuri de date, structuri iterative, instrucțiuni condiționale.

Timp de lucru: 3 ore.

Barem de corectare

I. Algebră

1. 1 p. din oficiu.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ 1 p.

$A^2 = 0_3$ 1 p.

det $A = 0$ implică A nu e inversabilă 1 p.

det $B = 1 \neq 0$ implică B inversabilă 1 p.

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ 2 p.

$$B^{-n} = \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(3-n)}{2} \\ 0 & 1 & -n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ pentru $n \geq 2$ 3 p.

Notă: Pentru calculul unor puteri: B^2, B^3 ... se acordă 1 p.

Pentru intuirea unei formule, fără demonstrație, se acordă 1 p.

2. 1 p. din oficiu.a) Parte stabilă 1 p.

$0, 1 \in A$; $u \in A$ implică $-u \in A$ 1 p.

Restul axiomelor 1 p.

b) $u \in \{1, -1, \mathrm{i}, -\mathrm{i}\}$ 2 p.

c) $u \in \{1, -1, \mathrm{i}, -\mathrm{i}\}$ 2 p.

d) $u = a + b\mathrm{i} \in A \Rightarrow |u|^2 = a^2 + b^2$ care poate da numai unul dintre resturile 0, 1, 2 la împărțirea cu 4, deci $|u|^2 \neq 100003$ 1 p.

II. Analiză

1. 1 p. din oficiu.

Calculul lui f' 2 p.

Calculul lui f'' 2 p.

Trasarea graficului lui f 3 p.

Calculul integralei 2 p.

2. 1 p. din oficiu.

Studiul derivabilității lui f 4 p.

Aplicarea teoremei lui Lagrange 3 p.

Aflarea punctului intermediar 2 p.

III. Geometrie

1. 1 p. din oficiu.

Figura 3 p.

$MA_0 + MB_0 + MC_0$ independentă de M 2 p.

$AB_0^2 + BC_0^2 + CA_0^2 = AC_0^2 + BA_0^2 + CB_0^2$ 2 p.

$AB_0 + BC_0 + CA_0 = AC_0 + BA_0 + CB_0$ 2 p.

2. 1 p. din oficiu

$AB = \sqrt{5},\ AC = \sqrt{45},\ BC = \sqrt{50},\ BC^2 = AB^2 + AC^2$ 3 p.

$Q\left(\frac{1}{2}, \frac{13}{2}\right)$ 2 p.

$D(-4, 8)$ 2 p.

$m = -\frac{25}{26}$ 2 p.

IV. Informatică

1 p. din oficiu.

a) Algoritm 3 p.

Complexitatea timp 0,5 p.

Detalii de implementare 0,5 p.

b) Algoritm 2 p.

Complexitatea timp 0,5 p.

Detalii de implementare 0,5 p.

c) Soluția în $O(n \log n)$ 1 p.

Limbaj de programare 1 p.

MATEMATICĂ

I. Algebră

1. Să se rezolve ecuațiile:

a) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$, unde $x \in \mathbf{C}$.

b) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$, unde $x \in \mathbf{R}$.

c) $x^2 + \hat{2}x = \hat{4}$, unde $x \in \mathbf{Z}_5$.

d) $\frac{1}{\sqrt{x-2}} = 2^{\sqrt{x-3}}$, unde $x \in [3, \infty)$.

e) $xy + y = 4$, unde $x, y \in \mathbf{Z}$.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ din $\mathrm{M}_2(\mathbf{R})$.

a) Să se determine matricele $X \in \mathrm{M}_2(\mathbf{R})$ pentru care $AX = XA$.

b) Să se arate că mulțimea $M = \{X \in \mathrm{M}(\mathbf{R}) \mid \mathrm{AX} = \mathrm{XA}\}$ este inel comutativ cu adunarea şi înmulțirea matricelor.

II. Analiză matematică

1. a) Determinați $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât

$\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x+1)^2}$, pentru $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 0\}$.

b) Arătați că şirul $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este convergent şi calculați limita sa.

2. Fie $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x^2)$, $x \in \mathbf{R}$.

a) Să se calculeze f'' şi să se arate că derivata funcției f este o funcție crescătoare.

b) Să se stabilească monotonia şi punctele de extrem ale funcției f.

c) Să se rezolve inecuația $f(x) > 0$.

d) Să se traseze graficul funcției f.

III. Geometrie

1. Fie $ABCD$ un pătrat, $E \in [AC]$, $F \in [BC]$ astfel încât $[AE] \equiv [AB]$ şi $EF \perp AC$.

a) Demonstrați că $[EC] \equiv [EF] \equiv [FB]$.

b) Determinați $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ pentru care avem $\overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AD}$.

2. a) Determinați $m \in \mathbf{R}$ astfel ca distanța dintre punctele $A(m, -1)$ şi $B(5, m+1)$ să fie egală cu 5.

b) Arătați că punctele $M(-1,2)$, $N(2,5)$ şi $P(1,3)$ nu sunt colineare şi scrieți ecuația înălțimii din M a triunghiului MNP.

c) Fie vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ astfel încât să aibă loc relațiile $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4$ şi $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{6}$.

Calculați produsul scalar $(3\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + 4\vec{v})$.

d) Fie $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ pentru care $\sin\alpha = \frac{1}{5}$. Calculați $\cos 2\alpha$ şi $\sin 2\alpha$.

IV. Informatică Să se rezolve următoarele cerințe într-unul dintre limbajele de programare studiate în liceu (*Pascal/C/C++*):

a) Să se scrie o procedură/funcție care primeşte ca parametru un număr natural k, cuprins între 1 şi 100 şi returnează numărul de soluții de forma (x, y), cu x, y numere naturale, ale ecuației $x^2 - y^2 = k$.

b) Să se scrie o procedură/funcție care primeşte ca parametru un număr natural k, cuprins între 1 şi 100 şi decide dacă numărul k poate fi scris ca sumă de numere impare consecutive.

Pentru fiecare soluție se vor explica informal detaliile de implementare sub formă de program: variabile, structuri de date, structuri iterative, instrucțiuni condiționale.

Barem de corectare

I. Algebră

1. 1 p. din oficiu.

a) $x_1 = -1, x_{2,3} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$	2 p.
b) $x_1 = 0, x_2 = 1$	2 p.
c) $x = \hat{4}$ soluție unică	2 p.
d) $x = 3$ soluție unică	2 p.
d) $(x, y) \in \{(3,1), (1,2), (0,4), (-2,-4), (-3,-2), (-5,-1)\}$	1 p.

2. 1 p. din oficiu.

a) $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$, cu $x, y \in \mathbf{R}$	3 p.
b) M parte stabilă față de adunarea şi înmulțirea matricelor	2 p.
$0_2, I_2 \in M$, $X \in M$ implică $-X \in M$	1 p.
Restul axiomelor inelului	2 p.
Verificarea comutativității	1 p.

II. Analiză matematică

1. 1 p. din oficiu

a)	5 p.
b)	4 p.

2. 1 p. din oficiu.

a)	3 p.
b)	2 p.
c)	3 p.
d)	1 p.

III. Geometrie

1. 1 p. din oficiu.

Figura	3 p.
a) Triunghiul ECF isoscel implică $[EC] \equiv [EF]$	2 p.
Triunghiurile ABF şi AEF congruente implică $[EF] \equiv [FB]$	2 p.
b) descompunerea $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{AD}$	2 p.

2. 1 p. din oficiu.

a) Formula distanței	1 p.
$m \in \{1, 2\}$	1 p.
b) M, N, P nu sunt colineare	1 p.
Ecuația dreptei NP	1 p.
Ecuația înălțimii	1 p.
c) Produsul scalar $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$	1 p.
$(3\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + 4\vec{v}) = 10$	1 p.
d) $\cos 2\alpha = \frac{23}{25}$	1 p.
$\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{6}}{25}$	1 p.

IV. Informatică

1. 1 p. din oficiu.

a) Algoritm	2 p.
Limbaj de programare	1 p.
Detalii de implementare	1 p.
b) Algoritm	3 p.
Limbaj de programare	1 p.
Detalii de implementare	1 p.